

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2014/2015

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|                                         |                          |
|-----------------------------------------|--------------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Analiza matematyczna III |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM |                          |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WFMiI M oIS B8 14/15     |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty podstawowe    |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 6.00                     |
| SEMESTRY                                | 4                        |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 4       | 30     | 30        | 0            | 0                                | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Całka krzywoliniowa skierowana i nieskierowana, całka powierzchniowa zorientowana i niezorientowana.

**Cel 2** Szeregi potęgowe.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie Analizy Matematycznej II

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna podstawowe twierdzenia i metody rachunku całkowego na hiperpowierzchniach.

**EK2 Umiejętności** Student umie zastosować twierdzenia i metody rachunku całkowego na hiperpowierzchniach, podając precyzyjne i ścisłe uzasadnienia poprawności swoich rozumowań.

**EK3 Wiedza** Student zna podstawowe fakty z szeregów potęgowych.

**EK4 Umiejętności** Student posługuje się definicją szeregu potęgowego, potrafi wyznaczyć promień zbieżności oraz rozwijać funkcje w szeregi potęgowe i stosować je w rozwiązywaniu równań różniczkowych, całkowych itp.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD     |                                                                     |                  |
|------------|---------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP         | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH              | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W1</b>  | Immersja, submersja, $n$ -wymiarowa podrozmaitość $R^m$ .           | 2                |
| <b>W2</b>  | Przestrzeń styczna.                                                 | 2                |
| <b>W3</b>  | Całka krzywoliniowa nieorientowana i jej zastosowania.              | 4                |
| <b>W4</b>  | Pole płata powierzchniowego.                                        | 2                |
| <b>W5</b>  | Całka powierzchniowa nieorientowana i jej zastosowania              | 4                |
| <b>W6</b>  | Całka krzywoliniowa zorientowana.                                   | 4                |
| <b>W7</b>  | Całka powierzchniowa zorientowana.                                  | 4                |
| <b>W8</b>  | Definicja promienia zbieżności, twierdzenia o szeregach potęgowych. | 4                |
| <b>W9</b>  | Rozwijanie funkcji w szereg potęgowy, podstawowe rozwinięcia.       | 2                |
| <b>W10</b> | Zastosowanie szeregów potęgowych.                                   | 2                |

| ĆWICZENIA |                                                                                                                                                                                                                                               |                  |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                        | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C1</b> | Przypomnienie pojęć: rząd macierzy, iniekcja, surjekcja, nawiązanie do układów równań liniowych, immersja, submersja, interpretacja i zastosowanie twierdzenia o immersji, badanie czy dany zbiór jest $n$ -wymiarową podrozmaitością $R^m$ . | 2                |

| ĆWICZENIA  |                                                                                                                                                                                                                                                               |                  |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP         | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                        | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C2</b>  | Wyznaczanie przestrzeni stycznej do krzywej w $R_m$ , do płata powierzchniowego w $R_2$ .                                                                                                                                                                     | 2                |
| <b>C3</b>  | Obliczanie całki krzywoliniowej nieorientowanej i jej zastosowanie, wykorzystanie niezależności od wyboru parametryzacji, zastosowanie interpretacji.                                                                                                         | 4                |
| <b>C4</b>  | Obliczanie pola płata powierzchniowego.                                                                                                                                                                                                                       | 2                |
| <b>C5</b>  | Obliczanie całki powierzchniowej nieorientowanej i jej zastosowanie.                                                                                                                                                                                          | 4                |
| <b>C6</b>  | Orientowanie podrozmaitości, wyznaczanie pola wektorów normalnych do dwuwymiarowej podrozmaitości przestrzeni $R_3$                                                                                                                                           | 2                |
| <b>C7</b>  | Obliczanie całki krzywoliniowej zorientowanej i powierzchniowej zorientowanej.                                                                                                                                                                                | 6                |
| <b>C8</b>  | Znajdowanie promieni i przedziałów zbieżności szeregów potęgowych.                                                                                                                                                                                            | 3                |
| <b>C9</b>  | Wyznaczanie rozwinięć funkcji z wykorzystaniem rozwinięć podstawowych                                                                                                                                                                                         | 2                |
| <b>C10</b> | Zastosowanie rozwinięć funkcji w szeregi potęgowe do wyznaczania przybliżonego rozwiązania problemu Cauchy&#039;ego, zastosowanie rozwinięć funkcji w szeregi potęgowe do obliczania przybliżonego całek oznaczonych z oszacowaniem dokładności przybliżenia. | 3                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady

**N2** Konsultacje

**N3** Zadania tablicowe

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI                                                                                 | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |                                                         |
| Godziny wynikające z planu studiów                                                               | 0                                                       |
| Konsultacje przedmiotowe                                                                         | 20                                                      |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji                                                                    | 10                                                      |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |                                                         |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 90                                                      |
| Opracowanie wyników                                                                              | 0                                                       |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji                                           | 0                                                       |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>120</b>                                              |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU                                                    | 6.00                                                    |

## 9 SPOSOBY OCENY

Obok obowiązkowej obecności warunkiem otrzymania zaliczenia z ćwiczeń jest uzyskanie co najmniej 50

### OCENA FORMUJĄCA

**F1** Kolokwium

**F2** Odpowiedź ustna

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Egzamin pisemny

**P2** Egzamin ustny

**P3** Średnia ważona ocen formujących

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** Do egzaminu mogą przystąpić studenci, którzy otrzymali zaliczenie z ćwiczeń.

**W2** Egzamin składa się z części pisemnej i części ustnej.

**W3** Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną ocen P1, P2, P3.

**KRYTERIA OCENY**

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |                                                                                                                                                                                                                                                           |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.                                                                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału takie jak cała krzywoliniowa nieskierowana oraz skierowana, powierzchniowa nieorientowana i zorientowana oraz zna podstawowe twierdzenia o istnieniu tych pojęć.                            |
| NA OCENĘ 3.5        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi poznać pojęcia i definicje zilustrować przykładami.                                                                                                      |
| NA OCENĘ 4.0        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób poprawny formułować twierdzenia oraz podawać przykłady ich zastosowania.                                                                      |
| NA OCENĘ 4.5        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi podać idee dowodów twierdzeń oraz rozumie zależności między twierdzeniami tego działu.                                                                   |
| NA OCENĘ 5.0        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, podawać ich dowody oraz ilustrować przykładami.                                                            |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |                                                                                                                                                                                                                                                           |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.                                                                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student potrafi obliczyć całki krzywoliniowe nieskierowane oraz skierowane, powierzchniowe nieorientowane oraz zorientowane.                                                                                                                              |
| NA OCENĘ 3.5        | Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi wyjaśnić analityczny i geometryczny sens tych pojęć.                                                                                                  |
| NA OCENĘ 4.0        | Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi uzasadnić przeprowadzone obliczenia powołując się na własności i twierdzenia.                                                                       |
| NA OCENĘ 4.5        | Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i potrafi jasno przekazać swoje rozumowanie i precyzyjnie je uzasadnić. |
| NA OCENĘ 5.0        | Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5 i zrobił to bezbłędnie.                                                                                                                                                             |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |                                                                                                                                                                                                                                                           |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.                                                                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje i podstawowe twierdzenia teorii szeregów potęgowych.                                                                                                                                                |
| NA OCENĘ 3.5        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi poznać pojęcia i definicje zilustrować przykładami.                                                                                                      |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                           |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 4.0        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób poprawny formułować twierdzenia oraz podawać przykłady ich zastosowania.                                                                      |
| NA OCENĘ 4.5        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi podać idee dowodów twierdzeń oraz rozumie zależności między twierdzeniami tego działu.                                                                   |
| NA OCENĘ 5.0        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, podawać ich dowody oraz ilustrować przykładami.                                                            |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |                                                                                                                                                                                                                                                           |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.                                                                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student potrafi w dostatecznym stopniu wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału np. potrafi wyznaczyć promień i przedział zbieżności szeregu potęgowego.                                                                           |
| NA OCENĘ 3.5        | Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi zastosować szeregi potęgowe w rozwiązywaniu równań różniczkowych, całkowych.                                                                          |
| NA OCENĘ 4.0        | Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi uzasadnić przeprowadzone obliczenia powołując się na własności i twierdzenia.                                                                       |
| NA OCENĘ 4.5        | Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i potrafi jasno przekazać swoje rozumowanie i precyzyjnie je uzasadnić. |
| NA OCENĘ 5.0        | Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5 i zrobił to bezbłędnie.                                                                                                                                                             |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU                                                      | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE                         | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|-------------------------------------------|-----------------------|---------------|
| EK1               | K_W01,<br>K_W02,<br>K_W03,<br>K_W04,<br>K_W05,<br>K_W07,<br>K_K01, K_K02,<br>K_K05, K_K07                                           | Cel 1           | W1 W2 W3 W4<br>W5 W6 W7 C1<br>C2 C3 C4 C5 | N1 N2 N3              | P1 P2         |
| EK2               | K_U01, K_U02,<br>K_U03, K_U05,<br>K_U06, K_U09,<br>K_U10, K_U11,<br>K_U13, K_U14,<br>K_U15, K_U36,<br>K_K01, K_K02,<br>K_K05, K_K07 | Cel 1           | W1 W2 W3 W4<br>W5 W6 W7 C1<br>C2 C3 C4 C5 | N2 N3                 | F1 F2 P3      |
| EK3               | K_W01,<br>K_W02,<br>K_W03,<br>K_W04,<br>K_W05,<br>K_K01, K_K02,<br>K_K05, K_K07                                                     | Cel 2           | W8 W9 W10 C6<br>C7 C8 C9 C10              | N1 N2 N3              | P1 P2         |
| EK4               | K_U01, K_U02,<br>K_U03, K_U06,<br>K_U09, K_U10,<br>K_U11, K_U15,<br>K_U36, K_K01,<br>K_K02, K_K05,<br>K_K07                         | Cel 2           | W8 W9 W10 C6<br>C7 C8 C9 C10              | N2 N3                 | F1 F2         |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] **W. Kołodziej** — *Analiza Matematyczna*, Warszawa, 1983, PWN
- [2 ] **W. Rudin** — *Podstawy Analizy Matematycznej*, Warszawa, 1969, PWN
- [3 ] **W. Stankiewicz** — *Zadania z Matematyki dla Wyższych Uczelni Technicznych*, Warszawa, 1983, PWN
- [4 ] **B. Demidowicz** — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Lublin, 1992, Naukowa Książka

[5] | J. Banaś, S. Wędrychowicz — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2001, WNT

[6] | M. Spivak — *Analiza na rozmaitościach*, Warszawa, 2006, PWN

#### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

[1] | L. M. Drużkowski — *Analiza Matematyczna. Podstawy*, Kraków, 1998, Wyd. UJ

[2] | W. Kaczor, M. Nowak — *Zadania z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2005, PWN

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Mariusz Jużyniec (kontakt: [juzyniec@pk.edu.pl](mailto:juzyniec@pk.edu.pl))

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)