

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2014/2015

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Analiza matematyczna II
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	
KOD PRZEDMIOTU	WFMiI M oIS B7 14/15
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty podstawowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	10.00
SEMESTRY	3

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
3	60	60	0	0	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zapoznanie studenta z unormowanymi przestrzeniami odwzorowań liniowych i wieloliniowych.

Cel 2 Zapoznanie studenta z rachunkiem różniczkowym funkcji wektorowych argumentu skalarного oraz wektorowego i jego wykorzystanie do wyznaczania ekstremów lokalnych, badania istnienia i własności funkcji uwikłanej oraz wyznaczania ekstremów warunkowych.

Cel 3 Przedstawienie teorii wielokrotnej całki Riemanna.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie Analizy Matematycznej I

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student zna podstawowe definicje i twierdzenia dotyczące przestrzeni odwzorowań liniowych i wieloliniowych.

EK2 Umiejętności Student umie sprawdzić ciągłość, ograniczoność odwzorowań liniowych, wieloliniowych, potrafi wyznaczyć ich normy. Posługuje się izomorfizmami i izometriami.

EK3 Wiedza Student zna zasady rachunku różniczkowego funkcji wektorowych, zna pojęcie pochodnej Frecheta, pochodnej kierunkowej, cząstkowej oraz zna związki jakie między nimi zachodzą. Ponadto posługuje się takimi pojęciami jak: funkcja uwikłana, ekstrema lokalne oraz warunkowe i wie jakich narzędzi użyć do ich badania.

EK4 Umiejętności Student umie zastosować twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji wektorowych w zagadnieniach związanych z optymalizacją, poszukiwaniem ekstremów lokalnych i globalnych.

EK5 Wiedza Student zna podstawowe fakty z rachunku całkowego funkcji wielu zmiennych.

EK6 Umiejętności Student posługuje się całką funkcji wielu zmiennych, potrafi wyjaśnić jej analityczny i geometryczny sens.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Odwzorowania liniowe i wieloliniowe ciągłe, przestrzeń $L(E,F)$, $L_k(E,F)$.	6
W2	Normy równoważne, równoważność norm w przestrzeniach skończone wymiarowych, izomorfizmy i izometrie.	2
W3	Twierdzenie o otwartości zbioru izomorfizmów przestrzeni Banacha.	2
W4	Odwzorowania z R_m do R_n , ciągłość.	1
W5	Ciągłość i różniczkowalność funkcji wektorowych argumentu skalarного.	2
W6	Pochodne kierunkowe, cząstkowe.	1
W7	Pochodna Frecheta, związki różniczkowalności z istnieniem pochodnych cząstkowych, różniczkowalność a istnienie pochodnych kierunkowych, klasa C^1 .	5
W8	Przykłady obliczania pochodnych odwzorowań, postać macierzowa.	2
W9	Różniczkowanie funkcji złożonej i odwrotnej, odwzorowania regularne i dyfeomorfizmy, twierdzenie o lokalnym dyfeomorfizmie.	2

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W10	Pochodna rzędu n funkcji wielu zmiennych rzeczywistych o wartościach rzeczywistych, funkcje klasy C^n , twierdzenie Taylora.	4
W12	Ekstrema funkcji wielu zmiennych, warunek konieczny oraz warunek wystarczający istnienia ekstremum lokalnego.	4
W13	Twierdzenie o funkcji uwikłanej (różne przypadki), równanie stycznej do krzywej danej równaniem uwikłanym, druga pochodna funkcji uwikłanej, ekstrema lokalne funkcji uwikłanej.	6
W14	Ekstrema warunkowe.	3
W15	Powierzchnie stopnia drugiego.	2
W16	Definicja całki Riemanna po przedziale (wielowymiarowym), sumy całkowite górna i dolna, warunek konieczny i wystarczający na całkowalność.	4
W17	Twierdzenie o całkowalności funkcji ciągłej, przestrzeń funkcji całkowalnych w sensie Riemanna $R(P)$, twierdzenie Fubinię dla całki Riemanna.	6
W18	Całka wielokrotna po dowolnym zbiorze, interpretacja całki podwójnej, całkowanie po zbiorach normalnych, interpretacja całki potrójnej, twierdzenie o zmianie zmiennych, współrzędne biegunowe, walcowe, sferyczne, całka we współrzędnych biegunowych, walcowych, sferycznych, eliptycznych.	6
W19	Całka jako funkcja parametrów.	2

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest liniowe, badanie ciągłości, wyznaczanie normy odwzorowania liniowego, sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest wieloliniowe, badanie ciągłości, wyznaczanie normy odwzorowania wieloliniowego.	10
C2	Badanie ciągłości funkcji wektorowej argumentu skalarnego, zestawienia odwzorowań, wyznaczanie granic podwójnych, iterowanych, ciągłość odwzorowań z R_m do R_n .	4
C3	Pochodna funkcji wektorowej argumentu skalarnego, wyznaczanie pochodnych kierunkowych i cząstkowych funkcji wielu zmiennych, wyznaczanie pochodnych Frecheta, postać macierzowa pochodnej.	6
C4	Różniczkowanie funkcji złożonej i odwrotnej, sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest regularne, dyfeomorfizmem, zastosowanie twierdzenia o lokalnym dyfeomorfizmie.	2

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C5	Obliczanie pochodnych wyższych rzędów funkcji wielu zmiennych rzeczywistych o wartościach rzeczywistych, sprawdzanie przynależności funkcji do klasy C_n , wyznaczanie gradientu funkcji, wykorzystanie twierdzenia Taylora, obliczenia przybliżone z wykorzystaniem wzoru Taylora dla funkcji wielu zmiennych.	4
C6	Wyznaczanie ekstremów funkcji wielu zmiennych, zastosowanie twierdzenia Sylwestera, dodatniość a dodatnia określoność pochodnej drugiego rzędu.	4
C7	Zastosowanie twierdzenia o funkcji uwikłanej (różne przypadki), wyznaczanie stycznej do krzywej danej równaniem uwikłanym, obliczanie pierwszej, drugiej pochodnej funkcji uwikłanej, wyznaczanie ekstremów funkcji uwikłanych.	6
C8	Wyznaczanie ekstremów warunkowych, zastosowania do zadań optymalizacyjnych.	4
C9	Powierzchnie stopnia drugiego.	1
C10	Wyznaczanie całek wielokrotnych po przedziałach, zastosowanie twierdzenia Fubiniego.	7
C11	Wyznaczanie całki wielokrotnej po dowolnym zbiorze, zastosowanie twierdzenia Fubiniego, zamiana kolejności iteracji, wykorzystanie interpretacji całki podwójnej, potrójnej, całkowanie z wykorzystaniem twierdzenia o zmianie zmiennych.	8
C12	Badanie ciągłości i różniczkowalności całki jako funkcji parametrów.	4

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Konsultacje

N3 Zadania tablicowe

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	0
Konsultacje przedmiotowe	20
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	150
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	180
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	10.00

9 SPOSOBY OCENY

Obok obowiązkowej obecności warunkiem otrzymania zaliczenia z ćwiczeń jest uzyskanie co najmniej 50 procent punktów z przeprowadzonych kolokwium.

OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

F2 Odpowiedź ustna

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin pisemny

P2 Egzamin ustny

P3 Średnia ważona ocen formujących

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Do egzaminu mogą przystąpić studenci, którzy otrzymali zaliczenie z ćwiczeń.

W2 Egzamin składa się z części pisemnej i części ustnej.

W3 Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną ocen P1, P2, P3.

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje (odwzorowanie liniowe, wieloliniowe, ciągłość i ograniczoność odwzorowań liniowych, wieloliniowych) i podstawowe twierdzenia tego działu.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi poznane pojęcia i definicje zilustrować przykładami.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób poprawny formułować twierdzenia oraz podawać przykłady ich zastosowania.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi podać idee dowodów twierdzeń oraz rozumie zależności między twierdzeniami tego działu.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, podawać ich dowody oraz ilustrować przykładami.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi zbadać czy dane odwzorowanie jest liniowe, wieloliniowe.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi wyznaczyć normy odwzorowań liniowych i wieloliniowych.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi sprawdzić czy dane odwzorowanie jest izometrią, izomorfizmem.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i potrafi jasno przekazać swoje rozumowanie i precyzyjnie je uzasadnić.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5 i zrobił to bezbłędnie.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje (pochodna cząstkowa, kierunkowa, Frecheta, ekstrema lokalne, funkcja uwikłana, ekstremum warunkowe) i podstawowe twierdzenia rachunku różniczkowego funkcji wektorowych.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi poznane pojęcia i definicje zilustrować przykładami.

NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób poprawny formułować twierdzenia oraz podawać przykłady ich zastosowania.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi podać idee dowodów twierdzeń oraz rozumie zależności między twierdzeniami tego działu.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, podawać ich dowody oraz ilustrować przykładami.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi policzyć pochodne cząstkowe i kierunkowe funkcji wielu zmiennych, wskazać pochodną Frecheta, wyznaczyć ekstrema lokalne prostych funkcji dwóch zmiennych, zróżniczkować funkcję uwikłaną.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi wyznaczyć ekstrema lokalne i globalne funkcji wielu zmiennych, wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji uwikłanych.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi wyznaczyć ekstrema warunkowe oraz stosować metody rachunku różniczkowego w zagadnieniach związanych z optymalizacją.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i potrafi jasno przekazać swoje rozumowanie i precyzyjnie je uzasadnić.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5 i zrobił to bezbłędnie.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje i podstawowe twierdzenia rachunku całkowego funkcji wielu zmiennych.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi poznane pojęcia i definicje zilustrować przykładami.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób poprawny formułować twierdzenia oraz podawać przykłady ich zastosowania.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi podać idee dowodów twierdzeń oraz rozumie zależności między twierdzeniami tego działu.

NA OCENĘ 5.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, podawać ich dowody oraz ilustrować przykładami.
EFEKT KSZTAŁCENIA 6	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi w dostatecznym stopniu wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału np. potrafi policzyć całą podwójną po prostokącie, prostopadłościanie, obszarze normalnym.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi wyjaśnić analityczny i geometryczny sens tych pojęć.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi uzasadnić przeprowadzone obliczenia powołując się na własności i twierdzenia.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i potrafi jasno przekazać swoje rozumowanie i precyzyjnie je uzasadnić.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5 i zrobił to bezbłędnie.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W02 K_W04 K_W05	Cel 1	W1 W2 W3	N1 N2 N3	P1 P2 P3
EK2	K_U01 K_U02 K_U10 K_U16 K_U36 K_K01 K_K02 K_K05 K_K06 K_K07	Cel 1	W1 W2 W3 C1	N2 N3	F1 F2
EK3	K_W01 K_W02 K_W04 K_W05 K_W07	Cel 2	W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W12 W13 W14	N1 N2 N3	P1 P2 P3

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK4	K_U01 K_U09 K_U10 K_U12 K_U18 K_U36 K_K01 K_K02 K_K05 K_K06 K_K07	Cel 2	W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W12 W13 W14 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8	N2 N3	F1 F2
EK5	K_W01 K_W02 K_W04 K_W05 K_W07 K_K01 K_K02 K_K05 K_K06 K_K07	Cel 3	W15 W16 W17 W18 W19	N1 N2 N3	P1 P2 P3
EK6	K_U01 K_U10 K_U13 K_U14 K_U36 K_K01 K_K02 K_K05 K_K06 K_K07	Cel 3	W15 W16 W17 W18 W19 C9 C10 C11 C12	N2 N3	F1 F2

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | T. Winiarska, T. Winiarski — *Wykłady z Analizy Matematycznej*, Kraków, 2010, Wyd. PK
- [2] | W. Kołodziej — *Analiza Matematyczna*, Warszawa, 1983, PWN
- [3] | W. Rudin — *Podstawy Analizy Matematycznej*, Warszawa, 1969, PWN
- [4] | W. Stankiewicz — *Zadania z Matematyki dla Wyższych Uczelni Technicznych*, Warszawa, 1983, PWN
- [5] | B. Demidowicz — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Lublin, 1992, Naukowa Książka
- [6] | J. Banaś, S. Wędrychowicz — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2001, WNT

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | J. Dieudonne — *Foundations of Modern Analysis*, New York and London, 1960, Academic Press
- [2] | L. M. Drużkowski — *Analiza Matematyczna. Podstawy*, Kraków, 1998, Wyd. UJ
- [3] | W. Kaczor, M. Nowak — *Zadania z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2005, PWN

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Mariusz Jużyniec (kontakt: juzyniec@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Mariusz Jużyniec (kontakt: juzyniec@pk.edu.pl)

2 dr Beata Szemberg (kontakt: szemberg@pk.edu.pl)

3 dr Magdalena Grzech (kontakt: magdag@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....
.....
.....