

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2014/2015

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|                                         |                                           |
|-----------------------------------------|-------------------------------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Algebra liniowa z geometrią analityczną I |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM |                                           |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WFMiI M oIS B3 14/15                      |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty podstawowe                     |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 8.00                                      |
| SEMESTRY                                | 1                                         |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 1       | 45     | 45        | 0            | 0                                | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Nauczyć studentów podstawowych metod algebraicznych i geometrycznych niezbędnych w analizie, równaniach różniczkowych, teorii prawdopodobieństwa itd., aktywnie stosowanych we współczesnej ekonomii, finansach, kryptografii, kodowaniu itd.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Matematyka na poziomie szkolnym zaawansowanym

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia stosujące się struktur algebraicznych i w szczególności przestrzeni liniowych (w tym, liniowej zależności i liniowej niezależności, bazy, wymiaru przestrzeni, operacji na podprzestrzeniach, własności macierzy i odwzorowań liniowych, izomorfizmów przestrzeni liniowych)

**EK2 Umiejętności** Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia stosujące się struktur algebraicznych i w szczególności przestrzeni liniowych, lecz również zilustrować ich przykładami i rozwiązać podstawowe ćwiczenia z tej dziedziny

**EK3 Wiedza** Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia stosujące się wielomianów, układów równań liniowych, wyznaczników

**EK4 Kompetencje społeczne** Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia stosujące się wielomianów, układów równań liniowych, wyznaczników, lecz również zilustrować ich przykładami i rozwiązać podstawowe ćwiczenia z tej dziedziny, lecz potrafi wyszukiwać informacje w literaturze, formułować opinie na temat podstawowych pojęć algebry liniowej i geometrii analitycznej

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                  |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W1</b> | Struktury algebraiczne: działania algebraiczne i ich własności (przemienność, łączność, rozdzielność, neutralność, odwrotność), grupy abelowe i nieprzemienne, prawa skracania i potęgowania. Grupy przekształceń, grupy permutacji (cykle, transpozycji, transpozycji liczb sąsiednich, inwersje, parzystość). Podgrupy, podgrupy normalne, grupy ilorazowe. Pierścienie, podpierścienie, ideały. Pierścień klas reszt modulo $n$ . Ciała przemienne i nieprzemienne, podciała              | 5                |
| <b>W2</b> | Ciało liczb zespolonych: definicja ciała $\mathbb{C}$ , postaci kanoniczna, trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej. Wzór de Moivre'a, pierwiastkowanie liczb zespolonych, interpretacja geometryczna. Ciało kwaternionów.                                                                                                                                                                                                                                                          | 5                |
| <b>W3</b> | Pierścień wielomianów: dzielenie z resztą, algorytm Euklidesa, NWD, NWW. Dzielniki wielomianów, wielomiany nieprzywiedlne w ciele. Rozkład wielomianów w iloczyn czynników nieprzywiedlnych w ciele. Pierwiastki wielomianu, twierdzenie Bezouta. Krotność pierwiastku wielomianu. Wzór Taylora, wzory Vietea, schemat Hornera. Zasadnicze twierdzenie algebry, postać kanoniczna wielomianu. Wielomiany zespolone i wielomiany rzeczywiste. Ciało ułamków (funkcje wymierne, ułamki proste) | 6                |
| <b>W4</b> | Przestrzenie liniowe: definicja i własności przestrzeni liniowych. Podprzestrzenie i przestrzenie ilorazowe. Kombinacja liniowa, liniowa niezależność, liniowa zależność. Baza i wymiar przestrzeni liniowej. Operacje na podprzestrzeniach (suma, przekrój, suma prosta). Wymiar sumy podprzestrzeni i wymiar przestrzeni ilorazowej, izomorfizmy przestrzeni liniowych                                                                                                                     | 9                |

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                  |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W5</b> | Macierze i odwzorowania liniowe: definicja macierzy, rodzaje macierzy, działania na macierzach. Przekształcenie liniowe, jego macierz, jądro, obraz, rząd odwzorowania liniowego. Operatory liniowe, homomorfizmy i izomorfizmy. Macierz przejścia i transformacja współrzędnych wektora przy zmianie bazy. Transformacja macierzy odwzorowania liniowego przy zmianie bazy. Podobieństwo macierzy. | 10               |
| <b>W6</b> | Wyznaczniki i układy równań liniowych: definicja wyznacznika, własności, minory, dopełnienie algebraiczne. Wyznacznik iloczynu macierzy. Rozwinięcie Laplacea. Macierz odwrotna. Układy równań liniowych (jednorodnych i niejednorodnych). Układy Cramera. Rząd macierzy. Twierdzenie Kroneckera-Capellego. Metoda eliminacji Gaussa                                                                | 10               |

| ĆWICZENIA |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                  |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                    | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C1</b> | Struktury algebraiczne: badanie własności działań, rozpoznawanie struktur algebraicznych, własności permutacji. Rozpoznanie podgrup, podpierścieni, podciała. Rozpoznanie homomorfizmów i izomorfizmów. Klasy reszt i elementarne obliczenia w arytmetyce modularnej                                                                      | 7                |
| <b>C2</b> | Ciało liczb zespolonych: postać algebraiczna, postać trygonometryczna, postać wykładnicza. Interpretacja geometryczna, rozwiązywanie równań. Potęgowanie i pierwiastkowanie liczb zespolonych                                                                                                                                             | 6                |
| <b>C3</b> | Pierścień wielomianów: dzielenie z resztą, algorytm Euklidesa, NWD, NWW. Rozpoznawanie wielomianów nieprzywiedlnych w ciele, rozkładanie wielomianów na czynniki nieprzywiedlne. Pierwiastki jednokrotne i wielokrotne, zastosowanie twierdzenia Bezouta i zasadniczego twierdzenia algebry. Wzór Taylora, wzory Vietea i schemat Hornera | 8                |
| <b>C4</b> | Przestrzeni liniowe: rozpoznawanie przestrzeni i podprzestrzeni. Badanie liniowej zależności i liniowej niezależności układów wektorów. Wyznaczenie bazy i wymiarów przestrzeni liniowej. Baza sumy i przekroju podprzestrzeni                                                                                                            | 8                |
| <b>C5</b> | Macierze i odwzorowania liniowe: działania na macierzach. Rozpoznawanie przekształceń liniowych, wyznaczenie ich jądra i obrazu, obliczenie ich macierzy, rzędu. Obliczanie macierzy przejścia przy zmianie bazy i znajdowanie współrzędnych wektora w różnych bazach.                                                                    | 8                |
| <b>C6</b> | Wyznaczniki i układy równań liniowych: różne sposoby obliczania wyznaczników, obliczanie rzędu macierzy. Odwracanie macierzy. Rozwiązywanie układów równań liniowych (jednorodnych i niejednorodnych), układów Cramera.                                                                                                                   | 8                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Konsultacje

N3 Dyskusja

N4 Praca w grupach

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI                                                                                 | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |                                                         |
| Godziny wynikające z planu studiów                                                               | 0                                                       |
| Konsultacje przedmiotowe                                                                         | 0                                                       |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji                                                                    | 0                                                       |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |                                                         |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 150                                                     |
| Opracowanie wyników                                                                              | 0                                                       |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji                                           | 0                                                       |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>150</b>                                              |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU                                                    | 8.00                                                    |

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Zaliczenie pisemne

P2 Egzamin pisemny

P3 Egzamin ustny

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Do egzaminu mogą przystąpić studenci, którzy zaliczyli ćwiczenia

W2 Egzamin pisemny składa się z części zadaniowej i teoretycznej

W3 Ocena końcowa jest sumą ocen P1, P2 i P3

**KRYTERIA OCENY**

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych pojęć o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych, macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych                                                                                                                                                                                     |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe pojęcia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych, macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych i ilustruje ich przykładami                                                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych, macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, lecz również zilustrować ich przykładami                                                                                                       |
| NA OCENĘ 4.0        | Student formuluje podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych, macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, może ich udowodnić i zilustrować przykładami                                                                                                                       |
| NA OCENĘ 4.5        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych, macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru |
| NA OCENĘ 5.0        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturach algebraicznych, macierzach i odwzorowaniach liniowych liczbach zespolonych i ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych i niestandardowych zadań                                                                         |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych pojęć o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych, macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, nie może rozwiązać elementarnych zadań                                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe pojęcia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych, macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, ilustruje ich przykładami i rozwiązuje elementarne zadania                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych, macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, lecz również zilustrować ich przykładami i rozwiązać elementarne zadania                                                                       |
| NA OCENĘ 4.0        | Student formuluje podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych, macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, może ich udowodnić, zilustrować przykładami oraz rozwiązać zadania teoretycznego i praktycznego charakteru                                                         |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 4.5        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych, macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych zadań                          |
| NA OCENĘ 5.0        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych, macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych i niestandardowych zadań       |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych pojęć o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych                                                                                                                                                                                                                                                          |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe pojęcia o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych, ilustruje ich przykładami, rozwiązuje zadania elementarne                                                                                                                                                                                                   |
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych, lecz również zilustrować ich przykładami i rozwiązać zadanie elementarne                                                                                                                                            |
| NA OCENĘ 4.0        | Student formuluje podstawowe pojęcia i zagadnienia o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych, może ich udowodnić i zilustrować przykładami oraz rozwiązać zadanie teoretycznego i praktycznego charakteru                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 4.5        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o wielomianach, wyznacznikach i układach równań liniowych, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania różnych standardowych zadań                                                                                                     |
| NA OCENĘ 5.0        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o wielomianach, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych i niestandardowych zadań praktycznego i teoretycznego charakteru                                                                                             |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych pojęć o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych i nie może rozwiązać elementarnych zadań, lecz nie potrafi wyszukiwać informacji w literaturze, formułować opinie na temat podstawowych pojęć algebry liniowej i geometrii analitycznej                                                                  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe pojęcia o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych, ilustruje ich przykładami i rozwiązuje elementarne zadania, lecz potrafi wyszukiwać informacje w literaturze, formułować opinie na temat podstawowych pojęć algebry liniowej i geometrii analitycznej                                                       |
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych, lecz również zilustrować ich przykładami i rozwiązać elementarne zadania, lecz potrafi wyszukiwać informacje w literaturze, formułować opinie na temat podstawowych pojęć algebry liniowej i geometrii analitycznej |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 4.0 | Student formuluje podstawowe pojęcia i zagadnienia o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych, może ich udowodnić, zilustrować przykładami oraz rozwiązać zadania, lecz potrafi wyszukiwać informacje w literaturze, formułować opinie na temat podstawowych pojęć algebry liniowej i geometrii analitycznej                                                                                                                    |
| NA OCENĘ 4.5 | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru, lecz potrafi wyszukiwać informacje w literaturze, formułować opinie na temat podstawowych pojęć algebry liniowej i geometrii analitycznej                     |
| NA OCENĘ 5.0 | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych i niestandardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru, lecz potrafi wyszukiwać informacje w literaturze, formułować opinie na temat podstawowych pojęć algebry liniowej i geometrii analitycznej |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE          | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------------|-----------------------|---------------|
| EK1               | K_W01,K_W02,K_W03,K_W04,K_W05,K_W06,K_W07                                      | Cel 1           | W1, W2, W3, W4, W5, W6, W7 | N1 N2 N3 N4           | F1 P1 P2 P3   |
| EK2               | K_U01,K_U02,K_U06,K_U15,K_U16,K_U17,K_U18,K_U19,K_U20,K_U21,K_U36              | Cel 1           | W3, C3                     | N1 N2 N3 N4           | F1 P1 P2 P3   |
| EK3               | K_W01,K_W02,K_W03,K_W04,K_W05,K_W06,K_W07                                      | Cel 1           | W1, W2, W3, W4, W5, W6, W7 | N1 N2 N3 N4           | F1 P1 P2 P3   |
| EK4               | K_K01,K_K02,K_K03,K_K04,K_K05,K_K06,K_K07                                      | Cel 1           | W6 C6                      | N1 N2 N3 N4           | F1 P1 P2 P3   |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

[1 | A. Piękosz — *Algebra liniowa*, Kraków, 2009, PK

[2 | J. Klukowska, I. Nabiałek — *Algebra dla studentów*, Warszawa, 1999, PWN

- [3] | **A.I. Kostrikin** — *Wstęp do algebry (cz 1,2)*, Warszawa, 2004, PWN
- [4] | **J. Rutkowski** — *Algebra liniowa w zadaniach*, Warszawa, 2010, PWN
- [5] | **J. Rutkowski** — *Algebra abstrakcyjna w zadaniach*, Warszawa, 2001, PWN
- [6] | **S. Przybyło, A. Szlachetowski** — *Algebra i wielowymiarowa geometria analityczna w zadaniach*, Warszawa, 1988, PWN

#### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | **J. Gancarzewicz** — *Algebra liniowa i jej zastosowania*, Kraków, 2004, UJ
- [2] | **A. Białynicki-Birula** — *Algebra liniowa z geometrią*, Warszawa, 1976, PWN
- [3] | **F. Leja** — *Geometria analityczna*, Warszawa, 1972, PWN
- [4] | **J. Gancarzewicz** — *Arytmetyka*, Kraków, 2002, UJ
- [5] | **P. Kajetanowicz, J. Wierzejewski** — *Algebra z geometrią analityczną*, Warszawa, 2008, PWN

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

prof. dr hab. Orest Artemowicz (kontakt: [artemo@pk.edu.pl](mailto:artemo@pk.edu.pl))

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

- 1 Prof. dr hab. Orest Artemowicz (kontakt: [artemo@usk.pk.edu.pl](mailto:artemo@usk.pk.edu.pl))
- 2 Dr Marcin Skrzyński (kontakt: [pfskrzyn@cyfronet.pl](mailto:pfskrzyn@cyfronet.pl))
- 3 Mgr Kamil Kular (kontakt: [kamil\\_kular@wp.pl](mailto:kamil_kular@wp.pl))
- 4 Dr Artur Piękosz (kontakt: [apiekosz@pk.edu.pl](mailto:apiekosz@pk.edu.pl))

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....

.....

.....

.....