# Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki

# Karta przedmiotu

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2013/2014

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma sudiów: niestacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

## 1 Informacje o przedmiocie

| | |
|---|---|
| Nazwa przedmiotu | Geometria |
| Nazwa przedmiotu w języku angielskim | |
| Kod przedmiotu | WFMiI M oIN C2 13/14 |
| Kategoria przedmiotu | Przedmioty kierunkowe |
| Liczba punktów ECTS | 3.00 |
| Semestry | 5 |

## 2 Rodzaj zajęć, liczba godzin w planie studiów

| Semestr | Wykład | Ćwiczenia | Laboratorium | Laboratorium komputerowe | Seminarium | Projekt |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 9 | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 |

## 3 Cele przedmiotu

**Cel 1** Celem przedmiotu jest wprowadzenie w geometrię krzywych i powierzchni zanurzonych w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej oraz nauczenie studentów obliczania podstawowych wielkości charakteryzujących krzywe i powierzchnie.

# 4 Wymagania wstępne w zakresie wiedzy, umiejętności i innych kompetencji

**1** Analiza matematyczna, algebra liniowa

# 5 Efekty kształcenia

**EK1 Umiejętności** Student potrafi obliczac krzywizne i torsje krzywej gładkiej.

**EK2 Wiedza** Trójwymiarowa przestrzen euklidesowa z nawiasem Liego danym przez iloczyn wektorowy jest algebra Liego. Krzywa gładka jest wyznaczona z dokładnoscia do izometrii przez jej krzywizne i torsje.

**EK3 Umiejętności** Wyznaczanie pola normalnego do powierzchni i operatora kształtu, rózniczkowanie pól wektorowych, koneksja nna powierzchni, tensor krzywizny

**EK4 Wiedza** Wyznaczanie przestrzeni stycznej do rozmaitosci, obliczanie nawiasu Poissona pól wektorowych, wyznaczenie współczynników Christophela i koneksji na powierzchni

**EK5 Umiejętności** Student potrafi wyznaczac metryke Riemanna indukowana na powierzchni, oblicza krzywizne Gaussa i krzywizne srednia, wyznacza geodetyki na powierzchniach

# 6 Treści programowe

| Wykład | | |
|---|---|---|
| Lp | Tematyka zajęć<br>Opis szczegółowy bloków tematycznych | Liczba godzin |
| **W1** | Elementy algebry liniowej, objetosc równoległoscianu, orientacja przestrzeni wektorowej, iloczyn skalarny, iloczyn wektorowy w zorientowanej przestrzeni z iloczynem skalarnym, algebra Liego, trójwymiarowa przestrzen wektorowa z iloczynem skalarnym jako algebra Liego, przestrzen afiniczna | 2 |
| **W2** | Regularna krzywa gładka, torsja i krzywizna krzywej, twierdzenie o jednoznacznosci z dokładnoscia do ruchu sztywnego krzywej z zadana krzywizna i torsja, wzory na krzywizne i torsje krzywej, twierdzenie charakteryzujace krzywe płaskie, wektor Darboux, linia srubowa. | 2 |
| **W3** | Powierzchnie gładkie w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej, powierzchnia dana równaniem uwikłanym, przestrzen styczna do powierzchni w punkcie, pole wektorowe na powierzchni, rózniczkowanie pól wektorowych, koneksja na powierzchni, operator kształtu, nawias Poissona pól wektorowych, tensor krzywizny, Theorema Egregium Gaussa, krzywizna Gaussa, geodetyki na powierzchni, geodetyka jako krzywa o minimalnej długosci. | 5 |

| Ćwiczenia | | |
|---|---|---|
| Lp | Tematyka zajęć<br>Opis szczegółowy bloków tematycznych | Liczba godzin |
| **C1** | Rozwiazywanie zadan z algebry liniowej, iloczynu skalarnego i wektorowego, | 2 |

| Ćwiczenia | | |
|---|---|---|
| Lp | Tematyka zajęć<br>Opis szczegółowy bloków tematycznych | Liczba godzin |
| **C2** | Obliczanie wektora stycznego do krzywej, trójscianu Freneta krzywej, krzywizny i torsji krzywej | 2 |
| **C3** | Obliczanie przestrzeni stycznej do powierzchni, znajdywanie wektora normalnego do powierzchni, wyznaczenie tensora kształtu, wyznaczanie krzywizny Gaussa i krzywizny sredniej. | 5 |

# 7 Narzędzia dydaktyczne

**N1** Wykłady

**N2** Zadania tablicowe

# 8 Obciążenie pracą studenta

| Forma aktywności | Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności |
|---|---|
| **Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:** | |
| Godziny wynikające z planu studiów | 0 |
| Konsultacje przedmiotowe | 0 |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji | 0 |
| **Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:** | |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury | 72 |
| Opracowanie wyników | 0 |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji | 0 |
| **Sumaryczna liczba godzin dla przedmiotu wynikająca z całego nakładu pracy studenta** | **72** |
| Sumaryczna liczba punktów ECTS dla przedmiotu | 3.00 |

# 9 Sposoby oceny

### Ocena formująca

**F1** Kolokwium

**F2** Ćwiczenie praktyczne

### Ocena podsumowująca

**P1** Kolokwium

### Ocena aktywności bez udziału nauczyciela

**B1** Ćwiczenie praktyczne

## Kryteria oceny

| Efekt kształcenia 1 | |
|---|---|
| Na ocenę 2.0 | nie spełnia wymagan na ocene 3 |
| Na ocenę 3.0 | student zna definicje krzywizny i torsji krzywej, wyznacza wektor styczny do krzywej |
| Na ocenę 3.5 | potrafi wyznaczyc krzywizne i torsje dowolnej krzywej |
| Na ocenę 4.0 | zna charakterystyke krzywej płaskiej i okregu |
| Na ocenę 4.5 | zna charakterystyke linii srubowej |
| Na ocenę 5.0 | Bezbłednie i płynnie odpowiada na pytania na nizsze oceny |
| Efekt kształcenia 2 | |
| Na ocenę 2.0 | nie spełnia wymagan na ocene 3 |
| Na ocenę 3.0 | zna definicje algebry Liego i iloczynu wektorowego |
| Na ocenę 3.5 | zna definicje orientacji przestrzeni wektoriwej, zna tw. o charakteryzacji krzywej przez jej krzywizne i torsje. |
| Na ocenę 4.0 | zna tw. o izomorfizmie przestrzeni z iloczynem wektorowym z algebra Liego o(3) grupy ortogonalnej |
| Na ocenę 4.5 | zna wraz z dowodem tw. o izomorfizmie i charakteryzacji krzywej |
| Na ocenę 5.0 | Bezbłednie i płynnie odpowiada na pytania na nizsze oceny |
| Efekt kształcenia 3 | |
| Na ocenę 2.0 | nie spełnia wymagan na ocene 3 |
| Na ocenę 3.0 | zna def. pola normalnego i operatora kształtu, potrafi je wyznaczac, potrafi wyznaczac płaszczyzne styczna, zna def. koneksji |
| Na ocenę 3.5 | zna def. tensora krzywizny |
| Na ocenę 4.0 | potrafi wyznaczac współczynniki Christoffela koneksji |
| Na ocenę 4.5 | potrafi obliczac wspólrzedne tensora krzywizny |
| Na ocenę 5.0 | Bezbłednie i płynnie odpowiada na pytania na nizsze oceny |

| Efekt kształcenia 4 | |
|---|---|
| Na ocenę 2.0 | nie spełnia wymagan na ocene 3 |
| Na ocenę 3.0 | zna def. krzywizny Gaussa i geodetyki, zna Theoreme Egregium Gaussa |
| Na ocenę 3.5 | potrafi wyprowadzic wzór na geodetyke |
| Na ocenę 4.0 | zna zwiazek pomiedzy krzywizna Gaussa i tensorem krzywizny |
| Na ocenę 4.5 | zna dowód Theoremy Egregium |
| Na ocenę 5.0 | Bezbłednie i płynnie odpowiada na pytania na nizsze oceny |
| Efekt kształcenia 5 | |
| Na ocenę 2.0 | nie spełnia wymagan na ocene 3 |
| Na ocenę 3.0 | student potrafi wyznaczyc tensor metryczny indukowany na powierzchni, wyznacza krzywizna Gaussa i krzywizne srednia |
| Na ocenę 3.5 | zna równanie geodetyki na powierzchniach |
| Na ocenę 4.0 | zna tw. o minimalizowaniu odległosci przez geodetyke |
| Na ocenę 4.5 | potrafi obliczac geodetyki na powierzchniach obrotowych |
| Na ocenę 5.0 | Bezbłednie i płynnie odpowiada na pytania na nizsze oceny |

## 10 Macierz realizacji przedmiotu

| Efekt kształcenia | Odniesienie danego efektu do szczegółowych efektów zdefiniowanych dla programu | Cele przedmiotu | Treści programowe | Narzędzia dydaktyczne | Sposoby oceny |
|---|---|---|---|---|---|
| EK1 | K_U12, K_U15, K_U17 | Cel 1 | W2 C2 | N1 N2 | F1 F2 P1 |
| EK2 | K_W02, K_W04, K_W07 | Cel 1 | W1 C1 | N1 N2 | F1 F2 P1 |
| EK3 | K_U16, K_U17, K_U18 | Cel 1 | W3 C3 | N1 N2 | F1 F2 P1 |
| EK4 | K_W02, K_W07 | Cel 1 | W3 C3 | N1 N2 | F1 F2 P1 |

| Efekt kształcenia | Odniesienie danego efektu do szczegółowych efektów zdefiniowanych dla programu | Cele przedmiotu | Treści programowe | Narzędzia dydaktyczne | Sposoby oceny |
|---|---|---|---|---|---|
| EK5 | K_U18, K_U20, K_U22 | Cel 1 | W3 C3 | N1 N2 | F1 F2 P1 |

# 11 Wykaz literatury

## Literatura podstawowa

**[1 ] John Oprea** — *Geometria różniczkowa i jej zastosowania*, Warszawa, 2002, PWN

**[2 ] M. Postnikov** — *Lectures in geometry*, Moskwa, 1989, MIR

**[3 ] John A, Thorpe** — *Elementary topics in Differential Geometry*, New York, 1989, Springer-Verlag

## Literatura uzupełniająca

**[1 ] Jacek Gancarzewicz** — *Algebra liniowa i jej zastosowania*, Kraków, 2004, Wydawnictwo UJ

# 12 Informacje o nauczycielach akademickich

## Osoba odpowiedzialna za kartę

dr hab. Włodzimierz Jelonek (kontakt: wjelon@pk.edu.pl)

## Osoby prowadzące przedmiot

**1** dr hab. Włodzimierz Jelonek (kontakt: wjelon@pk.edu.pl)

# 13 Zatwierdzenie karty przedmiotu do realizacji

(miejscowość, data) (odpowiedzialny za przedmiot) (dziekan)

**Przyjmuję do realizacji** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

. . . . . .