Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki

Karta przedmiotu

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2013/2014

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma sudiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

1 Informacje o przedmiocie

Nazwa przedmiotu	Analiza matematyczna II
Nazwa przedmiotu w języku angielskim	
Kod przedmiotu	WFMiI M oIS B7 13/14
Kategoria przedmiotu	Przedmioty podstawowe
Liczba punktów ECTS	10.00
Semestry	3

2 Rodzaj zajęć, liczba godzin w planie studiów

Semestr	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Laboratorium komputerowe	Seminarium	Projekt
3	60	60	0	0	0	0

3 Cele przedmiotu

Cel 1 Wykorzystanie rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych do wyznaczania ekstremów lokalnych, badania istnienia i własności funkcji uwikłanej oraz wyznaczania ekstremów warunkowych.

Cel 2 Zapoznanie studentów z podstawowymi faktami dotyczącymi całki oznaczonej i całek niewłaściwych. Wielokrotna całka Riemanna

Cel 3 Elementy analizy fourierowskiej

4 Wymagania wstępne w zakresie wiedzy, umiejętności i innych kompetencji

1 Zaliczenie Analizy Matematycznej I

5 Efekty kształcenia

EK1 Wiedza Student zna podstawowe twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych ze szczególnym uwzględnieniem takich pojęć jak: funkcja uwikłana, ekstrema lokalne, globalne, warunkowe.

EK2 Umiejętności Student umie zastosować twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych w zagadnieniach związanych z optymalizacją, poszukiwaniem ekstremów lokalnych i globalnych podając precyzyjne i scisłe uzasadnienia poprawności swoich rozumowań.

EK3 Wiedza Student zna podstawowe fakty z rachunku całkowego funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Student zna podstawowe fakty z rachunku całkowego funkcji wielu zmiennych.

EK4 Umiejętności Student posługuje się definicją całki oznaczonej oraz niewłaściwej funkcji jednej zmiennej jak również całki funkcji wielu zmiennych, potrafi wyjaśnić analityczny i geometryczny sens tych pojęć.

EK5 Wiedza Student zna podstawowe fakty analizy fourierowskiej.

EK6 Umiejętności Student potrafi zastosować podstawowe fakty analizy fourierowskiej.

6 Treści programowe

Wykład		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
W1	Pochodna (różniczka) odwzorowania z przestrzeni Banacha do przestrzeni Banacha, pochodne kierunkowe i pochodne cząstkowe, postać macierzowa pochodnej (przypomnienie).	4
W2	Różniczkowanie funkcji złożonej i odwrotnej, odwzorowania regularne i dyfeomorfizmy, twierdzenie o lokalnym dyfeomorfiźmie.	4
W3	Pochodna rzędu n funkcji wielu zmiennych rzeczywistych o wartościach rzeczywistych, funkcje klasy Cn, twierdzenie Taylora.	4
W4	Ekstrema funkcji wielu zmiennych, warunek konieczny oraz warunek wystarczający istnienia ekstremum lokalnego.	2
W5	Twierdzenie o funkcji uwikłanej (różne przypadki), równanie stycznej do krzywej danej równaniem uwikłanym, druga pochodna funkcji uwikłanej, ekstrema lokalne funkcji uwikłanej.	7
W6	Esktrema warunkowe	3
W7	Powierzchnie stopnia drugiego	2

Wykład		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
W8	Definicja całki Cauchyego, Darboux, całka oznaczona Riemanna. Warunek konieczny i wystarczający całkowalności w sensie Riemanna, własności całki Riemanna, metody całkowania dla całki oznaczonej.	4
W9	Zastosowanie całki oznaczonej - pole trapezu krzywoliniowego, długość krzywej, objętość bryły obrotowwej, pole powierzchni bocznej bryły obrotowej, całki niewłaściwe I i II rodzaju.	6
W10	Definicja całki Riemanna po przedziale (wielowymiarowym), sumy całkowe górna i dolna, warunek konieczny i wystarczający na całkowalność.	2
W11	Twierdzenie o całkowalności funkcji ciągłej, przestrzeń funkcji całkowalnych w sensie Riemanna R(P), twierdzenie Fubiniego dla całki Riemanna.	4
W12	Całka wielokrotna po dowolnym zbiorze, interpretacja całki podwójnej, całkowanie po zbiorach normalnych, interpretacja całki potrójnej, twierdzenie o zmianie zmiennych, współrzędne biegunowe, współrzędne sferyczne, całka we współrzędnych biegunowych.	6
W13	Współrzędne biegunowe, współrzędne sferyczne, całka we współrzędnych biegunowych, całka we współrzędnych sferycznych.	2
W14	Całka jako funkcja parametrów.	2
W15	Geometria przestrzeni Hilberta, metoda ortogonalizacji, szereg Fouriera.	4
W16	Nierówność Bessela, równość Parsevala, szereg trygonometryczny Fouriera.	4

Ćwiczenia		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
C1	Wyznaczanie pochodnej odwzorowania z przestrzeni Banacha do przestrzeni Banacha, pochodnej kierunkowej i pochodnych cząstkowych, postaci macierzowej pochodnej (przypomnienie).	4
C2	Obliczanie pochodnych pierwszego rzędu odwzorowań z Rn do Rm, wykorzystanie twierdzeń o różniczkowaniu funkcji, różniczkowanie funkcji złożonej i odwrotnej, sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest regularne, dyfeomorfizmem, zastosowanie twierdzenia o lokalnym dyfeomorfizmie.	4
C3	Obliczanie pochodnych wyższych rzędów funkcji wielu zmiennych rzeczywistych o wartościach rzeczywistych, sprawdzanie przynależności funkcji do klasy Cn, wyznaczanie gradientu funkcji, wykorzystanie twierdzenia Taylora, obliczenia przybliżone z wykorzystaniem wzoru Taylora dla funkcji wielu zmiennych.	4
C4	Wyznaczanie ekstremów funkcji wielu zmiennych, zastosowanie twierdzenia Sylwestera, dodatniość a dodatnia określoność pochodnej drugiego rzędu	2

Ćwiczenia		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
C5	Zastosowanie twierdzenia o funkcji uwikłanej (różne przypadki), wyznaczanie stycznej do krzywej danej równaniem uwikłanym, obliczanie pierwszej, drugiej pochodnej funkcji uwikłanej, wyznaczanie ekstremów funkcji uwikłanych.	7
C6	Wyznaczanie ekstremów warunkowych.	4
C7	Powierzchnie stopnia drugiego	1
C8	Obliczanie całek oznaczonych Riemanna z definicji oraz przy użyciu całki Cauchyego, wykorzystanie sum całkowych Riemanna do wyznaczania sum szeregów, obliczanie całek Darboux, wykorzystanie własności całki Riemanna, ćwiczenie metod całkowania dla całki Riemanna, wykorzystanie geometrycznej interpretacji całki funkcji nieujemnej.	4
C9	Obliczanie długości łuku, pola obszaru, objętości i pola powierzchni bryły obrotowej.	4
C10	Wyznaczanie całek niewłaściwych I rodzaju i II rodzaju, zastosowanie kryterium całkowego do badanie zbieżności szeregu, kryteria Abela i Dirichleta.	2
C11	Zastosowanie domkniętości i zupełności przestrzeni R(P), zastosowanie twierdzenia Fubiniego dla całki Riemanna.	6
C12	Wyznaczanie całki wielokrotnej po dowolnym zbiorze, wykorzystanie interpretacji całki podwójnej, potrójnej.	4
C13	Całkowanie z wykorzystaniem twierdzenia o zmianie zmiennych.	4
C14	Badanie ciągłości i różniczkowalności całki jako funkcji parametrów.	2
C15	Przypomnienie definicji iloczynu skalarnego, przestrzeni unitarnej, przestrzeni Hilberta, metody ortonormalizacji, badanie zupełności układu, sprawdzanie ortogonalności elementów przestrzeni unitarnej, badanie ortogonalności podprzestrzeni, wyznaczanie współczynników Fouriera, rozwijanie w szereg trygonometryczny Fouriera, sprawdzanie warunków Dirichleta, zastosowanie poznanej teorii do wyznaczania sum szeregów.	8

7 Narzędzia dydaktyczne

N1 Wykłady

N2 Konsultacje

N3 Zadania tablicowe

8 Obciążenie pracą studenta

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	120
Konsultacje przedmiotowe	20
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	150
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
Sumaryczna liczba godzin dla przedmiotu wynikająca z całego nakładu pracy studenta	**300**
Sumaryczna liczba punktów ECTS dla przedmiotu	10.00

9 Sposoby oceny

Obok obowiązkowej obecności warunkiem otrzymania zaliczenia z ćwiczeń jest uzyskanie co najmniej 50

Ocena formująca

F1 Kolokwium

F2 Odpowiedź ustna

Ocena podsumowująca

P1 Egzamin pisemny

P2 Egzamin ustny

P3 Średnia ważona ocen formujących

Warunki zaliczenia przedmiotu

W1 Do egzaminu mogą przystąpić studenci, którzy otrzymali zaliczenie z ćwiczeń.

W2 Egzamin składa się z części pisemnej i części ustnej.

W3 Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną ocen P1, P2, P3.

Kryteria oceny

Efekt kształcenia 1	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
Na ocenę 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje (norma, przestrzeń Banacha, odwzorowania liniowe i wieloliniowe) oraz podstawowe twierdzenia.
Na ocenę 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi poznane pojęcia i definicje zilustrować przykładami.
Na ocenę 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób poprawny formułować twierdzenia oraz podawać przykłady ich zastosowania.
Na ocenę 4.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi podać idee dowodów twierdzeń oraz rozumie zależności miedzy twierdzeniami tego działu.
Na ocenę 5.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, podawać ich dowody oraz ilustrować przykładami.
Efekt kształcenia 2	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocene 3.
Na ocenę 3.0	Student potrafi obliczyć pochodne cząstkowe i kierunkowe funkcji wielu zmiennych, wskazać pochodną Frecheta, wyznaczyć ekstrema lokalne prostych funkcji dwóch zmiennych, zróżniczkować funkcję uwikłaną.
Na ocenę 3.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi wyznaczyć ekstrema lokalne oraz globalne funkcji wielu zmiennych, wyznaczać ekstrema lokalne funkcji uwikłanych.
Na ocenę 4.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi wyznaczać ekstrema warunkowe oraz stosować metody rachunku różniczkowego w zagadnieniach związanych z optymalizacją.
Na ocenę 4.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i potrafi jasno przekazać swoje rozumowanie i precyzyjnie je uzasadnić.
Na ocenę 5.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocene 4.5 i zrobił to bezbłędnie.
Efekt kształcenia 3	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętnosci, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
Na ocenę 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojecia, definicje (całka Riemanna, całka niewłaściwa, całka funkcji wielu zmiennych) i podstawowe twierdzenia rachunku całkowego.

Na ocenę 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi poznane pojecia i definicje zilustrować przykładami.
Na ocenę 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób poprawny formułować twierdzenia oraz podawać przykłady ich zastosowania.
Na ocenę 4.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi podać idee dowodów twierdzeń oraz rozumie zależności miedzy twierdzeniami tego działu.
Na ocenę 5.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, podawać ich dowody oraz ilustrować przykładami.
Efekt kształcenia 4	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
Na ocenę 3.0	Student potrafi policzyć całki oznaczone, niewłaściwe, podwójne i potrójne.
Na ocenę 3.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi wyjaśnić analityczny i geometryczny sens tych pojęć.
Na ocenę 4.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocene 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi uzasadnić przeprowadzone obliczenia powołując się na własności i twierdzenia.
Na ocenę 4.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i potrafi jasno przekazać swoje rozumowanie i precyzyjnie je uzasadnić.
Na ocenę 5.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5 i zrobił to bezbłędnie.
Efekt kształcenia 5	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętnosci, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
Na ocenę 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje i podstawowe twierdzenia analizy fourierowskiej.
Na ocenę 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi poznane pojecia i definicje zilustrować przykładami.
Na ocenę 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób poprawny formułować twierdzenia oraz podawać przykłady ich zastosowania.
Na ocenę 4.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi podać idee dowodów twierdzeń oraz rozumie zależności miedzy twierdzeniami tego działu.

Na ocenę 5.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, podawać ich dowody oraz ilustrować przykładami.
Efekt kształcenia 6	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
Na ocenę 3.0	Student potrafi w dostatecznym stopniu wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału np. potrafi wyznaczyć współczynniki Fouriera wektorów i rozwijać funkcje w trygonometryczne szeregi Fouriera.
Na ocenę 3.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi sprawdzić ortonormalność układów i potrafi zinterpretować ich zupełność .
Na ocenę 4.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi uzasadnić przeprowadzone obliczenia powołując się na własności i twierdzenia.
Na ocenę 4.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i potrafi jasno przekazać swoje rozumowanie i precyzyjnie je uzasadnić.
Na ocenę 5.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5 i zrobił to bezbłędnie.

10 Macierz realizacji przedmiotu

Efekt kształcenia	Odniesienie danego efektu do szczegółowych efektów zdefiniowanych dla programu	Cele przedmiotu	Treści programowe	Narzędzia dydaktyczne	Sposoby oceny
EK1	K_W01 K_W02 K_W03 K_W04 K_W05 K_W07 K_K01 K_K02 K_K05 K_K07	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7	N1 N2 N3	P1 P2

Efekt kształcenia	Odniesienie danego efektu do szczegółowych efektów zdefiniowanych dla programu	Cele przedmiotu	Treści programowe	Narzędzia dydaktyczne	Sposoby oceny
EK2	K_U01 K_U02 K_U03 K_U05 K_U06 K_U09 K_U10 K_U11 K_U12 K_U15 K_U36 K_K01 K_K02 K_K05 K_K07	Cel 1	W2 W3 W4 W5 W6 W7 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7	N2 N3	F1 F2 P3
EK3	K_W01 K_W02 K_W03 K_W04 K_W05 K_W07 K_K01 K_K02 K_K05 K_K07	Cel 2	W8 W9 W10 W11 W12 W13 W14 C8 C9 C10 C11 C12 C13 C14	N1 N2 N3	P1 P2
EK4	K_U01 K_U02 K_U03 K_U05 K_U06 K_U09 K_U10 K_U11 K_U13 K_U14 K_U15 K_U36 K_K01 K_K02 K_K05 K_K07	Cel 2	W8 W9 W10 W11 W12 W13 W14 C8 C9 C10 C11 C12 C13 C14	N2 N3	F1 F2 P3
EK5	K_W01 K_W02 K_W03 K_W04 K_W05 K_W07 K_K01 K_K02 K_K05 K_K07	Cel 3	W15 W16 C15	N1 N2 N3	P1 P2
EK6	K_U01 K_U02 K_U03 K_U05 K_U06 K_U09 K_U10 K_U11 K_U13 K_U14 K_U15 K_U36 K_K01 K_K02 K_K05 K_K07	Cel 3	W15 W16 C15	N2 N3	F1 F2 P3

11 Wykaz literatury

Literatura podstawowa

[1] T. Winiarska, T. Winiarski — *Wykłady z Analizy Matematycznej*, Kraków, 2010, Wyd. PK

[2] W. Kołodziej — *Analiza Matematyczna*, Warszawa, 1983, PWN

[3] W. Rudin — *Podstawy Analizy Matematycznej*, Warszawa, 1969, PWN

[4] W. Stankiewicz — *Zadania z Matematyki dla Wyższych Uczelni Technicznych*, Warszawa, 1983, PWN

[5] B. Demidowicz — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Lublin, 1992, Naukowa Książka

[6] J. Banaś, S. Wędrychowicz — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2001, WNT

Literatura uzupełniająca

[1] J. Dieudonne — *Foundations of Modern Analysis*, New York and London, 1960, Academic Press

[2] L. M. Drużkowski — *Analiza Matematyczna. Podstawy*, Kraków, 1998, Wyd. UJ

[3] W. Kaczor, M. Nowak — *Zadania z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2005, PWN

12 Informacje o nauczycielach akademickich

Osoba odpowiedzialna za kartę

dr Mariusz Jużyniec (kontakt: `juzyniec@pk.edu.pl`)

13 Zatwierdzenie karty przedmiotu do realizacji

(miejscowość, data) (odpowiedzialny za przedmiot) (dziekan)