Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki

Karta przedmiotu

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2012/2013

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma sudiów: niestacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Modelowanie matematyczne

1 Informacje o przedmiocie

Nazwa przedmiotu	Analiza matematyczna
Nazwa przedmiotu w języku angielskim	
Kod przedmiotu	WFMiI M oIIN B1 12/13
Kategoria przedmiotu	Przedmioty podstawowe
Liczba punktów ECTS	10.00
Semestry	1

2 Rodzaj zajęć, liczba godzin w planie studiów

Semestr	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Laboratorium komputerowe	Seminarium	Projekt
1	36	36	0	0	0	0

3 Cele przedmiotu

Cel 1 Zapoznanie studentów z podstawowymi faktami teorii miary i całki Lebesgue'a; przestrzeń Lp.

Cel 2 Formy różniczkowe oraz ich całkowanie.

4 Wymagania wstępne w zakresie wiedzy, umiejętności i innych kompetencji

1 Zaliczony pierwszy stopień studiów matematycznych.

5 Efekty kształcenia

EK1 Wiedza Student poznaje podstawy teorii miary, miary i całki Lebesgue'a i przestrzenie Lp.

EK2 Umiejętności Student potrafi sprawdzać czy dane odwzorowanie jest miarą, mierzalność zbiorów i funkcji, stosować twierdzenie Fubiniego i twierdzenie o zmianie zmiennych. Student umie stosować poznane fakty do obliczania całek wielokrotnych, całek z form różniczkowych i uzasadniać poprawność wykonywanych operacji.

EK3 Wiedza Student poznaje formy różniczkowe, działania na formach i ich własności oraz ich całkowanie na podrozmaitościach Rn.

EK4 Umiejętności Student potrafi wykonywać podstawowe działania na formach różniczkowych, obliczać całki z form różniczkowych na podrozmaitościach Rn (szczególnie całki krzywoliniowe i powierzchniowe) oraz znać ich zastosowania.

6 Treści programowe

Ćwiczenia		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
C1	Sprawdzanie czy dana rodzina jest sigma-ciałem, wyznaczanie własności sumy, przecięcia sigma -ciał, pierścienie, sigma-pierścienie, ciała podzbiorów danego zbioru	1
C2	Sprawdzanie czy dana funkcja jest miarą, wykorzystanie własności miary przy dowodzeniu własności nie podanych na wykładzie, miary liczące, atomowe	1
C3	Sprawdzanie czy dana funkcja jest miarą zewnętrzną, konstruowanie miar przy pomocy twierdzenia Caratheodoryego, zupełność	1
C4	Wykazywanie własności m-wymiarowa miary zewnętrznej Lebesguea, zbiór Cantora, zbiór Vitaliego	1
C5	Sprawdzanie mierzalności funkcji względem danego sigma-ciała, konstuowanie sigma-ciał generowanych przez funkcje	1
C6	Działania na funkcjach mierzalnych	1
C7	Przypomnienie wiadomości o szeregach liczbowych, całkowanie funkcji prostej nieujemnej, całka funkcji Dirichleta, całka funkcji skokowej Heavisidea, własności całki funkcji prostej	1
C8	Całkowanie funkcji mierzalnej nieujemnej, konstruowanie ciągu aproksymującego funkcję mierzalną nieujemną w przypadku przestrzeni ciągów oraz przestrzeni funkcji rzeczywistych	1
C9	Badanie całkowalności funkcji, wykorzystanie warunku koniecznego na całkowalność oraz warunku wystarczającego	1

Ćwiczenia		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
C10	Zastosowanie twierdzenia o monotonicznym przechodzeniu do granicy pod znakiem całki, zastosowanie lematu Fatou	1
C11	Całka Lebesguea	1
C12	Zastosowanie twierdzenia Lebesguea o zmajoryzowanym przechodzeniu do granicy pod znakiem całki	1
C13	Wykorzystanie związku całki Riemanna z całką Lebesguea, wykorzystanie sum całkowych Riemanna do wyznaczania sum szeregów, wykorzystanie zasady Cavalieriego, geometryczna interpretacja całki funkcji nieujemnej	2
C14	Zastosowania twierdzeń: Tonellyego i Fubiniego	2
C15	Zamiana zmiennych w całce Lebesguea	2
C16	Przypomnienie własności odwzorowań liniowych i wieloliniowych, sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest p-liniowe znakozmienne, struktura przestrzeni Ap(E;F), mnożenie zewnętrzne odwzorowań wieloliniowych znakozmiennych i wykorzystanie jego własności, obliczanie iloczynu zewnętrznego k-form liniowych, wyznaczanie bazy przestrzeni Ap(Rk; R), wykorzystanie domkniętości przestrzeni Ap(Rk; R), przestrzeń Ap(Rk; R) jako przestrzeń unitarna	2
C17	Sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest formą różniczkową, postać kanoniczna	2
C18	Wykonywanie operacji na formach różniczkowych: iloczyn zewnętrzny, różniczka zewnętrzna, zmiana zmiennych w formie różniczkowej	2
C19	Wyznaczanie pierwotnej formy, badanie zamkniętości formy, wykorzystanie twierdzenia Poincarego	2
C20	Przypomnienie definicji łuku, krzywej, podrozmaitości jednowymiarowej, badanie zgodności orientacji krzywej z wyborem parametryzacji, obliczanie całki krzywoliniowej zorientowanej, wykorzystanie niezależności od parametryzacji krzywej, całkowanie formy różniczkowej zamkniętej, cykl, badanie czy krzywe są homotopijne, zbiór p-spójny, obliczanie całki krzywoliniowej zorientowanej jako granicy ciągu sum całkowych, zastosowanie całki krzywoliniowej	2
C21	Podrozmaitości orientowalne, wstęga Mbiusa, sprawdzanie czy dany zbiór jest kompaktem, kompaktem z brzegiem, kompaktem z brzegiem na podrozmaitości, sprawdzanie zgodności orientacji, obliczanie całki formy różniczkowej stopnia drugiego w przestrzeni R2, zastosowanie twierdzenia Greena-Riemanna, obliczanie całki powierzchniowej zorientowanej, wykorzystanie własności całki powierzchniowej zorientowanej	2
C22	Obliczanie całki powierzchniowej zorientowanej, wykorzystanie własności całki powierzchniowej zorientowanej	2
C23	Definicja całki formy różniczkowej stopnia trzeciego w R3, zastosowania twierdzenia Greena-Gaussa-Ostrogradskiego	2

Ćwiczenia		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
C24	Zastosowania twierdzenia Stokesa, wyznaczanie dywergencji, rotacji, gradientu pola	2

Wykład		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
W1	Definicja sigma ciała - własności i przykłady.	1
W2	Miara i jej własności.	1
W3	Miara zewnętrzna, twierdzenie Caratheodory'ego	1
W4	Miara Lebesgue'a, charakteryzacja zbiorów mierzalnych w sensie Lebesgue'a.	1
W5	Funkcje mierzalne, warunki równoważne, przykłady.	1
W6	Działania na funkcjach mierzalnych.	1
W7	Funkcje proste i ich całkowanie, własności całek z funkcji prostych.	1
W8	Funkcje mierzalne nieujemne jako granice rosnących ciągów funkcji prostych, całka z funkcji mierzalnej nieujemnej.	1
W9	Podstawowe własności całek z funkcji mierzalnych nieujemnych.	1
W10	Twierdzenie o monotonicznym przechodzeniu do granicy pod znakiem całki, lemat Fatou.	1
W11	Całka Lebesgue'a, definicja i własności.	1
W12	Twierdzenia Lebesgue'a o monotonicznym i o zmajoryzowanym przechodzeniu do granicy pod znakiem całki.	1
W13	Związek Całki Riemanna z całką Lebesgue'a, zasada Cavalieriego.	2
W14	Twierdzenia: Tonelly'ego i Fubiniego.	2
W15	Twierdzenie o zmianie zmiennych w całce Lebesgue'a.	2
W16	Odwzorowania p-liniowe znakozmienne, działania algebraiczne i iloczyn zewnętrzny, baza przestrzeni odwzorowań p-liniowych znakozmiennych i jej postać.	2
W17	Formy różniczkowe stopnia p - własności, postać kanoniczna i klasa.	2
W18	Różniczka zewnętrzna formy różniczkowej i jej własności.	2
W19	Zmiana zmiennych w formie różniczkowej.	2

Wykład		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
W20	Pierwotna formy różniczkowej, twierdzenie Poincarego.	2
W21	Całka krzywoliniowa zorientowana i jej obliczanie oraz zastosowania, niezależność od drogi całkowania.	2
W22	Orientacja podrozmaitości Rn, twierdzenie Greena - Riemanna.	2
W23	Całka powierzchniowa zorientowana i jej związek z całka powierzchniową niezorientowaną, Twierdzenia Greena - Gaussa - Ostrogradskiego.	2
W24	Twierdzenie Stokesa, elementy teorii pól wektorowych.	2

7 Narzędzia dydaktyczne

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Konsultacje

N4 Praca w grupach

8 Obciążenie pracą studenta

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	0
Konsultacje przedmiotowe	40
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	88
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
przygotowanie do egzaminu	90
Sumaryczna liczba godzin dla przedmiotu wynikająca z całego nakładu pracy studenta	**228**
Sumaryczna liczba punktów ECTS dla przedmiotu	10.00

9 Sposoby oceny

Obok obowiązkowej obecności warunkiem otrzymania zaliczenia z ćwiczeń jest uzyskanie co najmniej 50

Ocena formująca

F1 Kolokwium

F2 Odpowiedź ustna

Ocena podsumowująca

P1 Egzamin pisemny

P2 Egzamin ustny

P3 Średnia ważona ocen formujących

Warunki zaliczenia przedmiotu

W1 Do egzaminu mogą przystąpić studenci, którzy otrzymali zaliczenie z ćwiczeń.

W2 Egzamin składa się z części pisemnej i części ustnej.

W3 Ocena końcowa jest średnią ważoną ocen P1, P2, P3.

Kryteria oceny

Efekt kształcenia 1	
Na ocenę 2.0	Student nie zna podstawowych pojęć z zakresu przedstawionego na wykładach materiału.
Na ocenę 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia z zakresu wyłożonego materiału.
Na ocenę 3.5	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia z zakresu wyłożonego materiału i umie zilustrować je przykładami.
Na ocenę 4.0	Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady ich zastosowania.
Na ocenę 4.5	Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady oraz idee dowodów.
Na ocenę 5.0	Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady oraz pełne dowody.
Efekt kształcenia 2	
Na ocenę 2.0	Student nie dostrzega możliwości wykorzystania podstawowych pojęć z zakresu wyłożonego materiału.
Na ocenę 3.0	Student potrafi w dostatecznym stopniu wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału.
Na ocenę 3.5	Student potrafi wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału i umie je uzasadnić.

Na ocenę 4.0	Student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i podawać uzasadnienia poprawności swoich rozumowań.
Na ocenę 4.5	Student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i podawać precyzyjne i ściśle uzasadnione uzasadnienia poprawności swoich rozumowań.
Na ocenę 5.0	Student potrafi bezbłędnie, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i podawać precyzyjne i ściśle uzasadnione uzasadnienia poprawności swoich rozumowań.
Efekt kształcenia 3	
Na ocenę 2.0	Student nie zna podstawowych pojęć z zakresu przedstawionego na wykładach materiału.
Na ocenę 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia z zakresu wyłożonego materiału.
Na ocenę 3.5	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia z zakresu wyłożonego materiału i umie zilustrować je przykładami.
Na ocenę 4.0	Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady ich zastosowania.
Na ocenę 4.5	Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady oraz idee dowodów.
Na ocenę 5.0	Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady oraz pełne dowody.
Efekt kształcenia 4	
Na ocenę 2.0	Student nie dostrzega możliwości wykorzystania podstawowych pojęć z zakresu wyłożonego materiału.
Na ocenę 3.0	Student potrafi w dostatecznym stopniu wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału.
Na ocenę 3.5	Student potrafi wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresy wyłożonego materiału i umie je uzasadnić.
Na ocenę 4.0	Student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i podawać uzasadnienia poprawności swoich rozumowań.
Na ocenę 4.5	Student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i podawać precyzyjne i ściśle uzasadnione uzasadnienia poprawności swoich rozumowań.
Na ocenę 5.0	Student potrafi bezbłędnie, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i podawać precyzyjne i ściśle uzasadnione uzasadnienia poprawności swoich rozumowań.

10 Macierz realizacji przedmiotu

Efekt kształcenia	Odniesienie danego efektu do szczegółowych efektów zdefiniowanych dla programu	Cele przedmiotu	Treści programowe	Narzędzia dydaktyczne	Sposoby oceny
EK1	K_W01, K_W02, K_W03, K_W05, K_W07	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 W13 W14 W15	N1 N2	P1 P2 P3
EK2	K_U01, K_U05, K_U07, K_U09, K_U10, K_U13, K_U14, K_U15, K_K01, K_K02, K_K03, K_K04, K_K06, K_K07	Cel 1	C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13 C14 C15 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 W13 W14 W15	N2 N3 N4	F1 F2 P3
EK3	K_W01, K_W02, K_W03, K_W05, K_W06, K_W07	Cel 2	C16 C17 C18 C19 W16 W17 W18 W19 W20 W21 W22 W23 W24	N1 N3	P1 P2 P3
EK4	K_U01, K_U05, K_U07, K_U09, K_U10, K_U13, K_U14, K_U15, K_K01, K_K02, K_K03, K_K04, K_K06, K_K07	Cel 2	C20 C21 C22 C23 C24 W16 W17 W18 W19 W20 W21 W22 W23 W24	N2 N3	F1 F2 P3

11 Wykaz literatury

Literatura podstawowa

[1] W. Kołodziej — *Analiza Mwtematyczna*, Warszawa, 1983, PWN

[2] H. Cartan — *Calcul Differentiel, Formes Differentiel*, Paris, 1967, Hermann

[3] L. M. Drużkowski — *Analiza Matematyczna dla Fizyków*, Kraków, 1997, Wyd. UJ

[4] W. Stankiewicz — *Zadania z Matematyki dla Wyższych Uczelni*, Warszawa, 1983, PWN

Literatura uzupełniająca

[1] M. Spivak — *Analiza Matematyczna na Rozmaitościach*, Warszawa, 1977, PWN

12 Informacje o nauczycielach akademickich

Osoba odpowiedzialna za kartę

dr hab. prof.PK Teresa Winiarska (kontakt: `twiniars@pk.edu.pl`)

Osoby prowadzące przedmiot

1 dr hab., prof. PK Teresa Winiarska (kontakt: `twiniars@pk.edu.pl`)

2 dr Mariusz Jużyniec (kontakt: `juzyniec@pk.edu.pl`)

3 dr Witold Obłoza (kontakt: `obloza@pk.edu.pl`)

13 Zatwierdzenie karty przedmiotu do realizacji

(miejscowość, data) (odpowiedzialny za przedmiot) (dziekan)

Przyjmuję do realizacji (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .