

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2012/2013

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: niestacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|   |                                |
|---|--------------------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Rachunek prawdopodobieństwa II |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM |                                |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WFMiI M oIN B13 12/13          |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty podstawowe          |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 6.00                           |
| SEMESTRY                                | 5                              |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 5       | 18     | 18        | 0            | 0                                | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Nauczyć rachunku prawdopodobieństwa.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie poprzedniego semestru z rachunku prawdopodobieństwa.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Prawa wielkich liczb. Zbieżności zmiennych losowych. Słabe prawo wielkich liczb, nierówność Kołmogorowa, mocne prawo wielkich liczb, zbieżność stochastyczna, zbieżność prawie na pewno, zbieżność wg p-tego momentu, zależności między zbieżnościami. Słaba zbieżność. Warunki równoważne słabej zbieżności, zbieżność ciągu dystrybuant, twierdzenia Helly&#039;ego.

**EK2 Umiejętności** Twierdzenie Prochorowa. Rodzina ciasna, rodzina względnie zwarta, tw. Prochorowa. Funkcje charakterystyczne. Definicja, własności, funkcje tworzące, tw. o jednoznaczności, tw. o wyznaczaniu momentów, zależność dystrybuanty od funkcji charakterystycznej, funkcje charakterystyczne poznanych rozkładów, tw. Levyego.

**EK3 Wiedza** Centralne twierdzenia graniczne. Warunki, przy których spełniony jest warunek Lindeberga, tw. Lindeberga-Levyego, tw. Moivra-Laplacea, dowód CTG.

**EK4 Umiejętności** Warunkowa wartość oczekiwana. Warunkowa przestrzeń probabilistyczna, warunkowa wartość oczekiwana względem rozbitcia przeliczalnego, względem sigma-algebry, własności warunkowej wartości oczekiwanej, rozkłady warunkowe, uogólniony wzór Bayesa

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| ĆWICZENIA |   |                  |
|-----------|---|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH  | LICZBA<br>GODZIN |
| C1        | Funkcje zmiennych losowych, wyznaczanie rozkładów.  | 3                |
| C2        | Wektory losowe, n-wymiarowy rozkład normalny, wyznaczanie rozkładów brzegowych, badanie niezależności zmiennych losowych, funkcje wektorów losowych, wyznaczanie splotów. | 3                |
| C3        | Obliczanie funkcji charakterystycznych zmiennych losowych, wyznaczanie rozkładu, gdy zadana jest funkcja charakterystyczna.   | 3                |
| C4        | Zastosowania nierówności: Markowa, Czebyszewa, Schwartza  | 3                |
| C5        | Zastosowania twierdzeń: Poissona, Moivre-Laplacea, Lindeberga-Levyego.  | 3                |
| C6        | Wyznaczanie warunkowej wartości oczekiwanej, badanie jej własności.   | 3                |

| WYKŁAD |  |                  |
|--------|--|------------------|
| LP     | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH | LICZBA<br>GODZIN |

| WYKŁAD    |  |                  |
|-----------|--|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH   | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W1</b> | Prawa wielkich liczb. Zbieżności zmiennych losowych. Słabe prawo wielkich liczb, nierówność Kołmogorowa, mocne prawo wielkich liczb, zbieżność stochastyczna, zbieżność prawie na pewno, zbieżność wg p-tego momentu, zależności między zbieżnościami. Słaba zbieżność. Warunki równoważne słabej zbieżności, zbieżność ciągu dystrybuant, twierdzenia Helly&#039;ego. | 5                |
| <b>W2</b> | Twierdzenie Prochorowa. Rodzina ciasna, rodzina względnie zwarta, tw. Prochorowa. Funkcje charakterystyczne. Definicja, własności, funkcje tworzące, tw. o jednoznaczności, tw. o wyznaczaniu momentów, zależność dystrybuanty od funkcji charakterystycznej, funkcje charakterystyczne poznanych rozkładów, tw. Levyego.  | 5                |
| <b>W3</b> | Centralne twierdzenia graniczne. Warunki, przy których spełniony jest warunek Lindeberga, tw. Lindeberga-Levyego, tw. Moivre'a-Laplace'a, dowód CTG.   | 5                |
| <b>W4</b> | Warunkowa wartość oczekiwana. Warunkowa przestrzeń probabilistyczna, warunkowa wartość oczekiwana względem rozbitcia przeliczalnego, względem sigma-algebry, własności warunkowej wartości oczekiwanej, rozkłady warunkowe, uogólniony wzór Bayesa.  | 3                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Ćwiczenia laboratoryjne

**N2** Dyskusja

**N3** Konsultacje

**N4** Wykłady

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI   | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--|---|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |   |
| Godziny wynikające z planu studiów   | 0   |
| Konsultacje przedmiotowe   | 40  |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji  | 40  |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |   |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 40  |
| Opracowanie wyników  | 24  |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji   | 0   |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>144</b>  |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU  | 6.00  |

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin pisemny

### KRYTERIA OCENY

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |  |
|---------------------|--|
| NA OCENĘ 2.0        | Nic nie wie.   |
| NA OCENĘ 3.0        | Zna definicje.   |
| NA OCENĘ 3.5        | Zna definicje i twierdzenia.                             |
| NA OCENĘ 4.0        | Zna definicje, twierdzenia i wnioski.                    |
| NA OCENĘ 4.5        | Zna definicje, twierdzenia, wnioski i przykłady.         |
| NA OCENĘ 5.0        | Zna definicje, twierdzenia, wnioski, przykłady i dowody. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |  |

|                     |  |
|---------------------|--|
| NA OCENĘ 2.0        | Nic nie wie.   |
| NA OCENĘ 3.0        | Zna definicje.   |
| NA OCENĘ 3.5        | Zna definicje i twierdzenia.                             |
| NA OCENĘ 4.0        | Zna definicje, twierdzenia i wnioski.                    |
| NA OCENĘ 4.5        | Zna definicje, twierdzenia, wnioski i przykłady.         |
| NA OCENĘ 5.0        | Zna definicje, twierdzenia, wnioski, przykłady i dowody. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |  |
| NA OCENĘ 2.0        | Nic nie wie.   |
| NA OCENĘ 3.0        | Zna definicje.   |
| NA OCENĘ 3.5        | Zna definicje i twierdzenia.                             |
| NA OCENĘ 4.0        | Zna definicje, twierdzenia i wnioski.                    |
| NA OCENĘ 4.5        | Zna definicje, twierdzenia, wnioski i przykłady.         |
| NA OCENĘ 5.0        | Zna definicje, twierdzenia, wnioski, przykłady i dowody. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |  |
| NA OCENĘ 2.0        | Nic nie wie.   |
| NA OCENĘ 3.0        | Zna definicje.   |
| NA OCENĘ 3.5        | Zna definicje i twierdzenia.                             |
| NA OCENĘ 4.0        | Zna definicje, twierdzenia i wnioski.                    |
| NA OCENĘ 4.5        | Zna definicje, twierdzenia, wnioski i przykłady.         |
| NA OCENĘ 5.0        | Zna definicje, twierdzenia, wnioski, przykłady i dowody. |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓLOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU   | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE                   | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--|-----------------|-------------------------------------|-----------------------|---------------|
| EK1               | K_W01,<br>K_W02,<br>K_W03,<br>K_W04,<br>K_W05,<br>K_U01, K_U02,<br>K_U06, K_U30,<br>K_U31, K_U32,<br>K_U36, K_K01,<br>K_K05, K_K07 | Cel 1           | C1 C2 C3 C4 C5<br>C6 W1 W2 W3<br>W4 | N1 N2 N3 N4           | F1 P1         |
| EK2               | K_W01,<br>K_W02,<br>K_W03,<br>K_W04,<br>K_W05,<br>K_U01, K_U02,<br>K_U05, K_U30,<br>K_U31, K_U32,<br>K_U36, K_K01,<br>K_K05, K_K07 | Cel 1           | C1 C2 C3 C4 C5<br>C6 W1 W2 W3<br>W4 | N1 N2 N3 N4           | F1 P1         |
| EK3               | K_W01,<br>K_W02,<br>K_W03,<br>K_W04,<br>K_W05,<br>K_U01, K_U02,<br>K_U06, K_U30,<br>K_U31, K_U32,<br>K_U36, K_K01,<br>K_K05, K_K07 | Cel 1           | C1 C2 C3 C4 C5<br>C6 W1 W2 W3<br>W4 | N1 N2 N3 N4           | F1 P1         |
| EK4               | K_W01,<br>K_W02,<br>K_W03,<br>K_W04,<br>K_W05,<br>K_U01, K_U02,<br>K_U05, K_U30,<br>K_U31, K_U32,<br>K_U36, K_K01,<br>K_K05, K_K07 | Cel 1           | C1 C2 C3 C4 C5<br>C6 W1 W2 W3<br>W4 | N1 N2 N3 N4           | F1 P1         |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] J. Jakubowski, R. Sztencel — *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, Warszawa, 2001, Script  
[2 ] M. Wiciak — *Elementy probabilistyki w zadaniach*, Kraków, 2008, Wydawnictwo PK

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1 ] P. Billingsley — *Prawdopodobieństwo i miara*, Warszawa, 1987, PWN  
[2 ] W. Feller — *do rachunku prawdopodobieństwa*, Warszawa, 1977, PWN  
[3 ] J. Stojanow — *Zbiór zadań z rachunku prawdopodobieństwa*, Warszawa, 1982, PWN

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

prof. dr hab. Anatolij Pliczko (kontakt: [aplichko@pk.edu.pl](mailto:aplichko@pk.edu.pl))

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 Prof. Dr.hab. Anatolij Pliczko (kontakt: [aplichko@pk.edu.pl](mailto:aplichko@pk.edu.pl))

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....