

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2012/2013

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: niestacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

| | |
|---|-----------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU | Matematyka dyskretna |
| NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM | |
| KOD PRZEDMIOTU | WFMiI M oIN B10 12/13 |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU | Przedmioty podstawowe |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS | 6.00 |
| SEMESTRY | 3 |

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM KOMPUTERO- WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 3 | 18 | 18 | 0 | 0 | 0 | 0 |

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zapoznanie studenta z podstawowymi pojęciami i metodami matematyki dyskretniej.

Cel 2 Umiejętność rozpoznania wśród problemów praktycznych takich, do których można zastosować metody matematyki dyskretniej. Rozwiązywanie niektórych takich problemów.

Cel 3 Rozwijanie umiejętności komunikacji.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

- 1 Zaliczony przedmiot Wstęp do logiki i teorii mnogości.
- 2 Dobra znajomość metody indukcji matematycznej.
- 3 Znajomość algebry w zakresie podstaw teorii grup i podstaw teorii pierścieni.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student zna podstawowe definicje i twierdzenia przedstawione na wykładach.

EK2 Wiedza Student zna aksjomaty teorii liczb.

EK3 Wiedza Student umie wypowiedzieć algorytm RSA i uzasadnić jego poprawność na gruncie poznanych twierdzeń z teorii liczb.

EK4 Umiejętności Student umie stosować poznane algorytmy.

EK5 Umiejętności Student umie komunikować swoją wiedzę, przedstawić klarownie i ściśle rozumowania matematyczne, zarówno w formie pisemnej jak i ustnej. Umie jasno sformułować pytanie.

EK6 Kompetencje społeczne Student rozumie potrzebę tłumaczenia matematyki laikom. Odpowiedzialnie traktuje swoje wypowiedzi: odróżnia przypuszczenia od faktów potwierdzonych. Szanuje sądy innych i odnosi się do nich merytorycznie. Jest etyczny: szanuje cudzą własność intelektualną.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

| ĆWICZENIA | | |
|-----------|--|------------------|
| LP | TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH | LICZBA GODZIN |
| C1 | Ćwiczenia dotyczące stosowania zasady minimum i zasady indukcji. | 2 |
| C2 | Znajdowanie NWD. Reprezentacja liczb całkowitych w systemach o różnych podstawach. | 2 |
| C3 | Dowodzenie prostych faktów jako wniosków z algorytmu dzielenia lub z algorytmu Euklidesa. | 1 |
| C4 | Przystawanie modulo n , struktury Z_n , równania kongruencyjne. Zastosowania. Układy równań kongruencyjnych. | 2 |
| C5 | Zadania prowadzące do zdefiniowania rekurencyjnego pewnych ciągów. Rozwiązywanie zależności rekurencyjnych. | 2 |
| C6 | Kombinatoryka i zliczanie obiektów kombinatorycznych. | 3 |
| C7 | Ilustracja podstawowych pojęć z teorii grafów. Informacje uzyskiwane z macierzy grafu i jej potęg. Zagadnienia praktyczne modelowane przy pomocy grafów. | 2 |
| C8 | Algebra Boole'a: redukcja wyrażeń boole'owskich. | 2 |
| C9 | Systemy dedukcyjne. | 2 |

| WYKŁAD | | |
|------------|--|------------------|
| LP | TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH | LICZBA GODZIN |
| W1 | Aksjomaty liczb całkowitych. Zasada minimum i jej równoważność z zasadą indukcji matematycznej. | 1 |
| W2 | Podzielność. NWD i NWW. Algorytm Euklidesa. Reprezentacja liczb całkowitych w systemach o różnych podstawach. | 1 |
| W3 | Liczby pierwsze. Twierdzenie, że liczb pierwszych jest nieskończenie wiele. Sito Eratostenesa. Liczby pierwsze merseńskie i liczby pierwsze Fermata. Pytania otwarte dotyczące liczb pierwszych. | 2 |
| W4 | Przystawanie liczb modulo n jako relacja kongruencji. Struktura ilorazowa. Chińskie twierdzenie o resztach. Rozwiązywanie równań i układów równań kongruencyjnych. Małe twierdzenie Fermata. Algorytm RSA. | 3 |
| W5 | Zastosowania relacji przystawania modulo n : kody ISBN. | 1 |
| W6 | Ciągi definiowane indukcyjnie. Ciąg Fibonacciego. Liniowe zależności rekurencyjne rzędu drugiego i ich rozwiązywanie metodą równania charakterystycznego i metodą funkcji tworzących. Przykłady zastosowań do problemów praktycznych. | 3 |
| W7 | Zasady zliczania: wzór włącz-wyłącz, zasada iloczynu, zasada szufladkowa Dirichleta. Wariacje, permutacje, kombinacje, kombinacje z powtórzeniami, permutacje z powtórzeniami. Ilość sposobów rozmieszczenia w k pudełkach n przedmiotów (rozdzielnych lub nie). | 2 |
| W8 | Pojęcie grafu nieskierowanego. Podstawowe pojęcie: macierz grafu, spójność, trasa, ścieżka, droga, cykl. | 1 |
| W9 | Algebry Boole'a. Wyrażenia boole'owskie. Upraszczenie wyrażeń boole'owskich. | 2 |
| W10 | Formalne systemy dedukcyjne. Definicje i przykłady. Dowodzenie twierdzeń w systemach dedukcyjnych. | 2 |

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Dyskusja

N2 Konsultacje

N3 Wykłady

N4 Zadania tablicowe

N5 Praca w grupach

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI | ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI |
|--|---|
| Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym: | |
| Godziny wynikające z planu studiów | 0 |
| Konsultacje przedmiotowe | 12 |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji | 8 |
| Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym: | |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury | 84 |
| Opracowanie wyników | 20 |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji | 20 |
| SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA | 144 |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU | 6.00 |

9 SPOSOBY OCENY

OCENA FORMUJĄCA

F1 Ćwiczenie praktyczne

F2 Kolokwium

F3 Odpowiedź ustna

F4 Zadanie tablicowe

F5 Projekt indywidualny

F6 Projekt zespołowy

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Średnia ważona ocen formujących

P2 Egzamin pisemny

P3 Egzamin ustny

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Aby zaliczyć przedmiot, należy uzyskać pozytywną ocenę z każdego efektu kształcenia.

W2 Wszystkie oceny podsumowujące muszą być pozytywne.

W3 W niektórych przypadkach prowadzący przedmiot zwalnia studenta z egzaminu pisemnego..

W4 Ocena końcowa jest średnią z trzech ocen podsumowujących. W przypadku wyniku pośredniego, zaokrąglany jest on w kierunku oceny P1.

OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA
B1 Ćwiczenie praktyczne

B2 Projekt indywidualny

B3 Referaty studenckie

B4 Projekt zespołowy

KRYTERIA OCENY

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 | |
|---------------------|---|
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie spełnia kryteriów na ocenę dostateczną |
| NA OCENĘ 3.0 | Student zna wszystkie spośród definicji następujących pojęć: liczba pierwsza, graf nieskierowany, macierz grafu, trasa, ścieżka, droga, cykl, podzielność, NWD, NWW, przystawanie modulo n , ciąg Fibonacciego. Student umie wypowiedzieć poprawnie każde z następujących twierdzeń: zasada indukcji, zasada minimum, algorytm dzielenia, wzór włącz-wyłącz, zasadę Dirichleta, twierdzenia dotyczące zliczania permutacji i wariacji. Ponadto student potrafi wypowiedzieć niektóre inne definicje i twierdzenia, być może z niewielkimi usterkami. Potrafi przedstawić dowody niektórych nietrudnych twierdzeń. |
| NA OCENĘ 3.5 | Student spełnia wymagania na ocenę dostateczną, przy czym lista definicji i twierdzeń obowiązkowych jest rozszerzona o następujące: reprezentacja liczb naturalnych w systemach o różnych podstawach, lemat uzasadniający poprawność sita Eratostenesa, twierdzenie, że liczb pierwszych jest nieskończenie wiele, małe twierdzenie Fermata, chińskie twierdzenie o resztach, struktura ilorazowa liczb całkowitych przy dzieleniu przez przystawanie modulo n . Student nie myli twierdzenia z twierdzeniem odwrotnym ani tezy z założeniami. W swoich argumentacjach klarownie odróżnia to, co wiadomo, od tego co należy dowieść. Potrafi przedstawić poprawnie dowody większości nietrudnych twierdzeń. |
| NA OCENĘ 4.0 | Student spełnia kryteria na ocenę 3.5, przy czym lista pojęć i twierdzeń obowiązkowych rozszerza się o: równoważność zasady indukcji i zasady minimum, pojęcie systemu dedukcyjnego, algebry Boole'a, liczby pierwsze merseńskie i liczby pierwsze Fermata, liniowe zależności rekurencyjne rzędu drugiego i metody ich rozwiązywania. Student umie przedstawić dowody większości poznanych twierdzeń, być może z niewielkimi usterkami. |
| NA OCENĘ 4.5 | Student zna prawie wszystkie pojęcia podane na wykładzie i umie zilustrować je przykładami i kontrprzykładami. Student poprawnie wypowiada wszystkie twierdzenia. Potrafi przedstawić dowody prawie wszystkich poznanych twierdzeń. W przypadku zauważenia usterki, sam potrafi ją skorygować. |
| NA OCENĘ 5.0 | Student zna wszystkie definicje i twierdzenia podane na wykładzie. Wypowiada je bezbłędnie, ilustrując przykładami. Zna dowody wszystkich twierdzeń z kursu. Jego wypowiedzi są płynne, precyzyjne i jasne. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 | |
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie spełnia kryteriów na ocenę dostateczną |
| NA OCENĘ 3.0 | Student umie wypowiedzieć niektóre aksjomaty, częściowo poprawnie i wie, że teoria liczb jest teorią aksjomatyczną. |

| | |
|---------------------|--|
| NA OCENĘ 3.5 | Student umie wypowiedzieć niektóre aksjomaty, poprawnie lub z niewielkimi usterkami. |
| NA OCENĘ 4.0 | Student umie wypowiedzieć większość aksjomatów, poprawnie lub z niewielkimi usterkami |
| NA OCENĘ 4.5 | Student umie poprawnie wypowiedzieć wszystkie aksjomaty, stosuje je i w większości wypadków wie, w których miejscach w dowodach są one wykorzystywane. |
| NA OCENĘ 5.0 | Student umie wypowiedzieć poprawnie wszystkie aksjomaty, zilustrować je i stosować. Wie, w których dowodach i w których miejscach są one stosowane. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 | |
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie spełnia kryteriów na ocenę dostateczną |
| NA OCENĘ 3.0 | Student umie wyjaśnić różnicę między tradycyjnym kodowaniem z użyciem klucza tajnego, a kodowaniem z kluczem publicznym. Wie, do której kategorii zalicza się metoda RSA. Umie przedstawić kolejne etapy kodowania przy użyciu tej metody, być może z niewielkimi usterkami. |
| NA OCENĘ 3.5 | Student umie zdefiniować kodowanie i rozkodowanie jako funkcje o specjalnych własnościach; umie podać ich dziedziny. Umie przedstawić w pełni poprawnie kolejne kroki algorytmu RSA; wskazując, które z używanych danych są jawne. Na tej podstawie umie wyjaśnić zdanie, że RSA dostarcza metody kodowanie z kluczem publicznym. |
| NA OCENĘ 4.0 | Student spełnia kryteria na ocenę 3.5 i ponadto potrafi poprawnie podać procedurę odkodowującą wiadomość. Pobieźnie uzasadnia jej poprawność, wskazując zastosowanie małego twierdzenia Fermata lub twierdzenia o resztach. Wypowiedź może zawierać niewielkie usterki. |
| NA OCENĘ 4.5 | Student spełnia kryteria na ocenę 4. Potrafi poprawnie uzasadnić wykonalność i poprawność procedury kodowania i odkodowania powołując się na twierdzenia z teorii liczb. Wypowiedź może zawierać drobne usterki, ale gdy zostają one wskazane, student umie je skorygować. |
| NA OCENĘ 5.0 | Student płynnie i bezusterkowo formułuje wypowiedź algorytmu i procedury odwrotnej, uzasadnia ich wykonalność i poprawność. Powołuje się poprawnie na twierdzenia z teorii liczb. Wskazuje elementy jawne i tajne procedury. Wyjaśnia na czym polega "publiczność" klucza w kodowaniu RSA. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 | |
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie spełnia kryteriów na ocenę dostateczną. |
| NA OCENĘ 3.0 | Student umie stosować przynajmniej następujące poznane algorytmy: sito Eratostenesa, schemat rozwiązywania równań i układów równań kongruencyjnych w oparciu o chińskie twierdzenie o resztach, test pierwszości oparty o małe twierdzenie Fermata, algorytmy teorio-grafowe. W wielu wypadkach poprawnie rozpoznaje praktyczne problemy, w których mają one zastosowanie. |
| NA OCENĘ 3.5 | Student spełnia kryteria na ocenę 3 oraz w większości wypadków potrafi wskazać twierdzenia, na których opiera się poprawność tych algorytmów. |

| | |
|---------------------|---|
| NA OCENĘ 4.0 | Student spełnia kryteria na ocenę 3.5, potrafi stosować algorytm RSA i potrafi wykazać poprawność niektórych algorytmów. |
| NA OCENĘ 4.5 | Student umie stosować wszystkie poznane algorytmy, umie udowodnić poprawność większości z nich i poprawnie rozpoznaje praktyczne problemy, w których mają one zastosowanie. |
| NA OCENĘ 5.0 | Student umie stosować wszystkie poznane algorytmy, umie udowodnić ich poprawność i poprawnie rozpoznaje praktyczne problemy, w których mają one zastosowanie. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 5 | |
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie spełnia kryteriów na ocenę dostateczną. |
| NA OCENĘ 3.0 | Student potrafi poprawnie wypowiedzieć większość definicji i niektóre twierdzenia, być może odwołując się do intuicji. Po zwróceniu uwagi, potrafi doprecyzować swoją wypowiedź. |
| NA OCENĘ 3.5 | Student potrafi poprawnie wypowiedzieć prawie wszystkie definicje i większość twierdzeń, a niektóre z nich udowodnić. Po zwróceniu uwagi, potrafi doprecyzować swoją wypowiedź. W rozwiązaniach zadań poprawnie odwołuje się do znanych twierdzeń. Odróżnia hipotezę od udowodnionego faktu. Nie myli twierdzenia z twierdzeniem odwrotnym. |
| NA OCENĘ 4.0 | Student spełnia kryteria na ocenę 3.5. Jasno formułuje pytania. Zna granice swojej wiedzy: nie podaje hipotez za fakty. Jego rozumowania są jasne, poprawne, być może z pewnymi usterkami. |
| NA OCENĘ 4.5 | Student spełnia kryteria na ocenę 4. Przedstawiane przez niego rozumowania są ściśle, klarowne i na ogół bezusterkowe. |
| NA OCENĘ 5.0 | Student spełnia wymagania na ocenę 4.5. Umie komunikować swoją wiedzę płynnie, jasno i ciekawie. Przedstawiane rozumowania są poprawne. Gdy zostanie zapytany, student potrafi wytłumaczyć wszystkie szczegóły. Potrafi zastosować poznane sposoby rozumowania do innych sytuacji. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 6 | |
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie spełnia kryteriów na ocenę dostateczną. |
| NA OCENĘ 3.0 | Student rozumie potrzebę tłumaczenia matematyki laikom i potrafi przystępnie wytłumaczyć niektóre pojęcia matematyki dyskretnej. Szanuje cudzą własność intelektualną. |
| NA OCENĘ 3.5 | Student rozumie potrzebę tłumaczenia matematyki laikom i potrafi przystępnie wytłumaczyć niektóre pojęcia matematyki dyskretnej. Zna praktyczne zastosowania niektórych zagadnień. Szanuje cudzą własność intelektualną. |
| NA OCENĘ 4.0 | Student rozumie potrzebę tłumaczenia matematyki laikom i potrafi przystępnie wytłumaczyć wiele pojęć i faktów z matematyki dyskretnej. Zna praktyczne zastosowania większości zagadnień. Bierze udział w dyskusji, starając się jasno przekazać własne propozycje rozwiązań. Szanuje innych uczestników dyskusji. Szanuje cudzą własność intelektualną. |

| | |
|--------------|---|
| NA OCENĘ 4.5 | Student rozumie potrzebę tłumaczenia matematyki laikom i potrafi przystępnie wytłumaczyć większość pojęć i faktów z matematyki dyskretnej oraz wagę ich precyzyjnego sformułowania. Zna praktyczne zastosowania prawie wszystkich omawianych zagadnień. Bierze udział w dyskusji, starając się jasno przekazać własne propozycje rozwiązań. Szanuje innych uczestników dyskusji. Szanuje cudzą własność intelektualną. |
| NA OCENĘ 5.0 | Student rozumie potrzebę tłumaczenia matematyki laikom i potrafi przystępnie wytłumaczyć pojęcia, fakty i metody matematyki dyskretnej. Potrafi wytłumaczyć znaczenie precyzyjnego sformułowania pojęć i zagadnień dla praktycznych zastosowań matematyki dyskretnej. Chętnie bierze udział w dyskusji, szanując innych jej uczestników. Często proponuje trafne rozwiązania omawianych problemów i stara się je przedstawić jasno i precyzyjnie. Szanuje cudzą własność intelektualną. |

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|---|----------------------|---|-----------------------|-------------------------------|
| EK1 | K_W02, K_W03, K_W04, K_W05, K_W06, K_U01, K_U02, K_U03, K_U04, K_U17 | Cel 1 | C1 C3 C4 C6 C7 C8 C9 W1 W2 W3 W4 W6 W7 W8 W9 W10 | N1 N2 N3 N4 | F1 F2 F3 F4 P1 P2 P3 |
| EK2 | K_W01, K_W03, K_W06, K_U01, K_U02, K_U03, K_U04, K_U17 | Cel 1 | W1 W2 | N3 N4 | F3 F4 P1 P3 |
| EK3 | K_W01, K_W04, K_U03, K_U11, K_U25, K_U29 | Cel 1 Cel 2 Cel 3 | W4 W5 | N1 N2 N5 | F1 F3 F4 P1 P2 P3 |
| EK4 | K_W01, K_U11, K_U25, K_U29 | Cel 2 | C2 C4 C5 C6 C7 W2 W3 W4 W5 W6 | N1 N2 N3 N4 N5 | F1 F2 F3 F4 F5 F6 P1 P2 P3 |

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--|-----------------|--|-----------------------|-------------------------|
| EK5 | K_W01, K_W02, K_U01, K_U36, K_K05, K_K07 | Cel 3 | C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 | N1 N2 N3 N4 | F2 F3 F4 P1 P2 P3 |
| EK6 | K_K01, K_K02, K_K04, K_K05, K_K07 | Cel 3 | C4 C5 C6 C7 C8 C9 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W10 | N1 N2 N3 N4 | F1 F2 F3 F4 P1 P2 P3 |

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

[1] **Kenneth A. Ross, Charles R.B. Wright** — *Matematyka dyskretna*, Warszawa, 2002, PWN

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

[1] **R.Wilson** — *Wprowadzenie do teorii grafów*, Warszawa, 1999, PWN

[2] **M. Goodaire, M. Parementer** — *Discrete Mathematics with Graph Theory*, New York, 2000, Prentice Hall

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Katarzyna Pałasińska (kontakt: kpalasin@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Artur Piękosz (kontakt: pupiekos@cyf-kr.edu.pl)

2 dr Katarzyna Pałasińska (kontakt: kpalasin@pk.edu.pl)

3 dr Piotr Kot (kontakt: pkot@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)



PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....
.....
.....