

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2012/2013

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: niestacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

| | |
|---|-------------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU | Analiza matematyczna II |
| NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM | |
| KOD PRZEDMIOTU | WFMiI M oIN B7 12/13 |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU | Przedmioty podstawowe |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS | 10.00 |
| SEMESTRY | 3 |

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM KOMPUTERO- WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 3 | 36 | 36 | 0 | 0 | 0 | 0 |

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Wykorzystanie rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych do wyznaczania ekstremów lokalnych, badania istnienia i własności funkcji uwikłanej oraz wyznaczania ekstremów warunkowych.

Cel 2 Zapoznanie studentów z podstawowymi faktami dotyczącymi całki oznaczonej i całek niewłaściwych. Wielokrotna całka Riemanna

Cel 3 Elementy analizy fourierowskiej

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie Analizy Matematycznej I

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student zna podstawowe twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych ze szczególnym uwzględnieniem takich pojęć jak: funkcja uwikłana, ekstrema lokalne, globalne, warunkowe.

EK2 Umiejętności Student umie zastosować twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych w zagadnieniach związanych z optymalizacją, poszukiwaniem ekstremów lokalnych i globalnych podając precyzyjne i ściśle uzasadnienia poprawności swoich rozumowań.

EK3 Wiedza Student zna podstawowe fakty z rachunku całkowego funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Student zna podstawowe fakty z rachunku całkowego funkcji wielu zmiennych.

EK4 Umiejętności Student posługuje się definicją całki oznaczonej oraz niewłaściwej funkcji jednej zmiennej jak również całki funkcji wielu zmiennych, potrafi wyjaśnić analityczny i geometryczny sens tych pojęć.

EK5 Wiedza Student zna podstawowe fakty analizy fourierowskiej.

EK6 Umiejętności Student potrafi zastosować podstawowe fakty analizy fourierowskiej.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

| ĆWICZENIA | | |
|-----------|---|------------------|
| LP | TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH | LICZBA GODZIN |
| C1 | Wyznaczanie pochodnej odwzorowania z przestrzeni Banacha do przestrzeni Banacha, pochodnej kierunkowej i pochodnych cząstkowych, postaci macierzowej pochodnej (przypomnienie). | 3 |
| C2 | Obliczanie pochodnych pierwszego rzędu odwzorowań z R_n do R_m , wykorzystanie twierdzeń o różniczkowaniu funkcji, różniczkowanie funkcji złożonej i odwrotnej, sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest regularne, dyfeomorfizmem, zastosowanie twierdzenia o lokalnym dyfeomorfizmie. | 2 |
| C3 | Obliczanie pochodnych wyższych rzędów funkcji wielu zmiennych rzeczywistych o wartościach rzeczywistych, sprawdzanie przynależności funkcji do klasy C_n , wyznaczanie gradientu funkcji, wykorzystanie twierdzenia Taylora, obliczenia przybliżone z wykorzystaniem wzoru Taylora dla funkcji wielu zmiennych. | 2 |
| C4 | Wyznaczanie ekstremów funkcji wielu zmiennych, zastosowanie twierdzenia Sylwestera, dodatniość a dodatnia określoność pochodnej drugiego rzędu | 2 |
| C5 | Zastosowanie twierdzenia o funkcji uwikłanej (różne przypadki), wyznaczanie stycznej do krzywej danej równaniem uwikłanym, obliczanie pierwszej, drugiej pochodnej funkcji uwikłanej, wyznaczanie ekstremów funkcji uwikłanych. | 3 |
| C6 | Wyznaczanie ekstremów warunkowych. | 3 |

| ĆWICZENIA | | |
|-----------|---|------------------|
| LP | TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH | LICZBA GODZIN |
| C7 | Powierzchnie stopnia drugiego | 1 |
| C8 | Obliczanie całek oznaczonych Riemanna z definicji oraz przy użyciu całki Cauchyego, wykorzystanie sum całkowych Riemanna do wyznaczania sum szeregów, obliczanie całek Darboux, wykorzystanie własności całki Riemanna, ćwiczenie metod całkowania dla całki Riemanna, wykorzystanie geometrycznej interpretacji całki funkcji nieujemnej. | 3 |
| C9 | Obliczanie długości łuku, pola obszaru, objętości i pola powierzchni bryły obrotowej. | 3 |
| C10 | Wyznaczanie całek niewłaściwych I rodzaju i II rodzaju, zastosowanie kryterium całkowego do badania zbieżności szeregu, kryteria Abela i Dirichleta. | 2 |
| C11 | Zastosowanie domkniętości i zupełności przestrzeni $R(P)$, zastosowanie twierdzenia Fubiniego dla całki Riemanna. | 2 |
| C12 | Wyznaczanie całki wielokrotnej po dowolnym zbiorze, wykorzystanie interpretacji całki podwójnej, potrójnej. | 3 |
| C13 | Całkowanie z wykorzystaniem twierdzenia o zmianie zmiennych. | 3 |
| C14 | Badanie ciągłości i różniczkowalności całki jako funkcji parametrów. | 2 |
| C15 | Przypomnienie definicji iloczynu skalarnego, przestrzeni unitarnej, przestrzeni Hilberta, metody ortonormalizacji, badanie zupełności układu, sprawdzanie ortogonalności elementów przestrzeni unitarnej, badanie ortogonalności podprzestrzeni, wyznaczanie współczynników Fouriera, rozwijanie w szereg trygonometryczny Fouriera, sprawdzanie warunków Dirichleta, zastosowanie poznanej teorii do wyznaczania sum szeregów. | 2 |

| WYKŁAD | | |
|--------|--|------------------|
| LP | TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH | LICZBA GODZIN |
| W1 | Pochodna (różniczka) odwzorowania z przestrzeni Banacha do przestrzeni Banacha, pochodne kierunkowe i pochodne cząstkowe, postać macierzowa pochodnej (przypomnienie). | 3 |
| W2 | Różniczkowanie funkcji złożonej i odwrotnej, odwzorowania regularne i dyfeomorfizmy, twierdzenie o lokalnym dyfeomorfizmie. | 2 |
| W3 | Pochodna rzędu n funkcji wielu zmiennych rzeczywistych o wartościach rzeczywistych, funkcje klasy C_n , twierdzenie Taylora. | 2 |
| W4 | Ekstrema funkcji wielu zmiennych, warunek konieczny oraz warunek wystarczający istnienia ekstremum lokalnego. | 2 |

| WYKŁAD | | |
|------------|--|------------------|
| LP | TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH | LICZBA GODZIN |
| W5 | Twierdzenie o funkcji uwikłanej (różne przypadki), równanie stycznej do krzywej danej równaniem uwikłanym, druga pochodna funkcji uwikłanej, ekstrema lokalne funkcji uwikłanej. | 3 |
| W6 | Ekstrema warunkowe | 3 |
| W7 | Powierzchnie stopnia drugiego | 1 |
| W8 | Definicja całki Cauchyego, Darboux, całka oznaczona Riemanna. Warunek konieczny i wystarczający całkowalności w sensie Riemanna, własności całki Riemanna, metody całkowania dla całki oznaczonej. | 3 |
| W9 | Zastosowanie całki oznaczonej - pole trapezu krzywoliniowego, długość krzywej, objętość bryły obrotowej, pole powierzchni bocznej bryły obrotowej, całki niewłaściwe I i II rodzaju. | 3 |
| W10 | Definicja całki Riemanna po przedziale (wielowymiarowym), sumy całkowite górna i dolna, warunek konieczny i wystarczający na całkowalność. | 2 |
| W11 | Twierdzenie o całkowalności funkcji ciągłej, przestrzeń funkcji całkowalnych w sensie Riemanna $R(P)$, twierdzenie Fubniego dla całki Riemanna. | 3 |
| W12 | Całka wielokrotna po dowolnym zbiorze, interpretacja całki podwójnej, całkowanie po zbiorach normalnych, interpretacja całki potrójnej, twierdzenie o zmianie zmiennych, współrzędne biegunowe, współrzędne sferyczne, całka we współrzędnych biegunowych. | 3 |
| W13 | Współrzędne biegunowe, współrzędne sferyczne, całka we współrzędnych biegunowych, całka we współrzędnych sferycznych. | 2 |
| W14 | Całka jako funkcja parametrów. | 2 |
| W15 | Geometria przestrzeni Hilberta, metoda ortogonalizacji, szereg Fouriera. | 1 |
| W16 | Nierówność Bessela, równość Parsewala, szereg trygonometryczny Fouriera. | 1 |

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Konsultacje

N3 Zadania tablicowe

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI | ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI |
|--|---|
| Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym: | |
| Godziny wynikające z planu studiów | 0 |
| Konsultacje przedmiotowe | 20 |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji | 10 |
| Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym: | |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury | 198 |
| Opracowanie wyników | 0 |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji | 0 |
| SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA | 228 |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU | 10.00 |

9 SPOSOBY OCENY

Obok obowiązkowej obecności warunkiem otrzymania zaliczenia z ćwiczeń jest uzyskanie co najmniej 50

OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

F2 Odpowiedź ustna

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin pisemny

P2 Egzamin ustny

P3 Średnia ważona ocen formujących

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Do egzaminu mogą przystąpić studenci, którzy otrzymali zaliczenie z ćwiczeń.

W2 Egzamin składa się z części pisemnej i części ustnej.

W3 Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną ocen P1, P2, P3.

KRYTERIA OCENY

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 | |
|---------------------|---|
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie zna podstawowych pojęć z zakresu przedstawionego na wykładach materiału. |
| NA OCENĘ 3.0 | Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia z zakresu wyłożonego materiału. |
| NA OCENĘ 3.5 | Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia z zakresu wyłożonego materiału i umie zilustrować je przykładami. |
| NA OCENĘ 4.0 | Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady ich zastosowania. |
| NA OCENĘ 4.5 | Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady oraz idee dowodów. |
| NA OCENĘ 5.0 | Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady oraz pełne dowody. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 | |
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie dostrzega możliwości wykorzystania podstawowych pojęć z zakresu wyłożonego materiału. |
| NA OCENĘ 3.0 | Student potrafi w dostatecznym stopniu wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału. |
| NA OCENĘ 3.5 | Student potrafi wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału i umie je uzasadnić. |
| NA OCENĘ 4.0 | Student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i podawać uzasadnienia poprawności swoich rozumowań. |
| NA OCENĘ 4.5 | Student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i podawać precyzyjne i ściśle uzasadnione uzasadnienia poprawności swoich rozumowań. |
| NA OCENĘ 5.0 | Student potrafi bezbłędnie, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i podawać precyzyjne i ściśle uzasadnione uzasadnienia poprawności swoich rozumowań. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 | |
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie zna podstawowych pojęć z zakresu przedstawionego na wykładach materiału. |
| NA OCENĘ 3.0 | Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia z zakresu wyłożonego materiału. |
| NA OCENĘ 3.5 | Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia z zakresu wyłożonego materiału i umie zilustrować je przykładami. |
| NA OCENĘ 4.0 | Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady ich zastosowania. |

| | |
|---------------------|---|
| NA OCENĘ 4.5 | Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady oraz idee dowodów. |
| NA OCENĘ 5.0 | Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady oraz pełne dowody. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 | |
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie dostrzega możliwości wykorzystania podstawowych pojęć z zakresu wyłożonego materiału. |
| NA OCENĘ 3.0 | Student potrafi w dostatecznym stopniu wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału. |
| NA OCENĘ 3.5 | Student potrafi wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału i umie je uzasadnić. |
| NA OCENĘ 4.0 | Student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i podawać uzasadnienia poprawności swoich rozumowań. |
| NA OCENĘ 4.5 | Student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i podawać precyzyjne i ściśle uzasadnione uzasadnienia poprawności swoich rozumowań. |
| NA OCENĘ 5.0 | Student potrafi bezbłędnie, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i podawać precyzyjne i ściśle uzasadnione uzasadnienia poprawności swoich rozumowań. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 5 | |
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie zna podstawowych pojęć z zakresu przedstawionego na wykładach materiału. |
| NA OCENĘ 3.0 | Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia z zakresu wyłożonego materiału. |
| NA OCENĘ 3.5 | Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia z zakresu wyłożonego materiału i umie zilustrować je przykładami. |
| NA OCENĘ 4.0 | Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady ich zastosowania. |
| NA OCENĘ 4.5 | Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady oraz idee dowodów. |
| NA OCENĘ 5.0 | Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady oraz pełne dowody. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 6 | |
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie dostrzega możliwości wykorzystania podstawowych pojęć z zakresu wyłożonego materiału. |
| NA OCENĘ 3.0 | Student potrafi w dostatecznym stopniu wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału. |

| | |
|--------------|---|
| NA OCENĘ 3.5 | Student potrafi wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału i umie je uzasadnić. |
| NA OCENĘ 4.0 | Student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i podawać uzasadnienia poprawności swoich rozumowań. |
| NA OCENĘ 4.5 | Student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i podawać precyzyjne i ściśle uzasadnione uzasadnienia poprawności swoich rozumowań. |
| NA OCENĘ 5.0 | Student potrafi bezbłędnie, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i podawać precyzyjne i ściśle uzasadnione uzasadnienia poprawności swoich rozumowań. |

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓLOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--|-----------------|--|-----------------------|---------------|
| EK1 | K_W01, K_W02, K_W03, K_W04, K_W05, K_W07, K_K01, K_K02, K_K05, K_K07 | Cel 1 | C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 | N1 N2 N3 | P1 P2 |
| EK2 | K_U01, K_U02, K_U03, K_U05, K_U06, K_U09, K_U10, K_U11, K_U12, K_U15, K_U36, K_K01, K_K02, K_K05, K_K07 | Cel 1 | C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 W2 W3 W4 W5 W6 W7 | N2 N3 | F1 F2 P3 |
| EK3 | K_W01, K_W02, K_W03, K_W04, K_W05, K_W07, K_K01, K_K02, K_K05, K_K07 | Cel 2 | C8 C9 C10 C11 C12 C13 C14 W8 W9 W10 W11 W12 W13 W14 | N1 N2 N3 | P1 P2 |

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--|-----------------|--|-----------------------|---------------|
| EK4 | K_U01, K_U02, K_U03, K_U05, K_U06, K_U09, K_U10, K_U11, K_U13, K_U14, K_U15, K_U36, K_K01, K_K02, K_K05, K_K07 | Cel 2 | C8 C9 C10 C11 C12 C13 C14 W8 W9 W10 W11 W12 W13 W14 | N2 N3 | F1 F2 P3 |
| EK5 | K_W01, K_W02, K_W03, K_W04, K_W05, K_W07, K_K01, K_K02, K_K05, K_K07 | Cel 3 | C15 W15 W16 | N1 N2 N3 | P1 P2 |
| EK6 | K_W01, K_W02, K_W03, K_W05, K_W06, K_U09, K_U10, K_U11, K_U13, K_U14, K_U15, K_U36, K_K01, K_K02, K_K05, K_K07 | Cel 3 | C15 W15 W16 | N2 N3 | F1 F2 P3 |

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] **T. Winiarska, T. Winiarski** — *Wykłady z Analizy Matematycznej*, Kraków, 2010, Wyd. PK
- [2] **W. Kołodziej** — *Analiza Matematyczna*, Warszawa, 1983, PWN
- [3] **W. Rudin** — *Podstawy Analizy Matematycznej*, Warszawa, 1969, PWN
- [4] **W. Stankiewicz** — *Zadania z Matematyki dla Wyższych Uczelni Technicznych*, Warszawa, 1983, PWN
- [5] **B. Demidowicz** — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Lublin, 1992, Naukowa Książka
- [6] **J. Banaś, S. Wędrychowicz** — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2001, WNT

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] **J. Dieudonne** — *Foundations of Modern Analysis*, New York and London, 1960, Academic Press
- [2] **L. M. Drużkowski** — *Analiza Matematyczna. Podstawy*, Kraków, 1998, Wyd. UJ
- [3] **W. Kaczor, M. Nowak** — *Zadania z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2005, PWN

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH**OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ**

dr Mariusz Jużyniec (kontakt: juzyniec@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)