

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2012/2013

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Modelowanie matematyczne

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Rachunek wariacyjny i sterowanie optymalne
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	
KOD PRZEDMIOTU	WFMiI M oIIS C2 12/13
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	7.00
SEMESTRY	3

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
3	30	30	0	0	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Opanowanie metod rachunku wariacyjnego.

**Cel 2** Opanowanie podstawowych zagadnień sterowania optymalnego.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Znajomość podstaw analizy matematycznej.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna podstawowe definicje i twierdzenia rachunku wariacyjnego.

**EK2 Wiedza** Student ma pogłębioną wiedzę w zakresie sterowania optymalnego.

**EK3 Umiejętności** Wyznaczanie ekstremal funkcjonału w najprostszym zagadnieniu wariacyjnym za pomocą równania Eulera i zastosowanie warunku Jacobiego do badania charakteru ekstremum.

**EK4 Umiejętności** Wyznaczanie ekstremal funkcjonału w zagadnieniach wariacyjnych z pochodnymi wyższych rzędów, dla układów funkcji, dla funkcji wielu zmiennych, w zagadnieniach izoperymetrycznych i warunkowych, w zagadnieniu Bolzy i zagadnieniach sterowania optymalnego.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Najprostsze zagadnienie wariacyjne. Pojęcie funkcjonału, ekstrema słabe i mocne. Lemat Lagrangea, równanie Eulera jako warunek konieczny na ekstremum funkcjonału w najprostszym zagadnieniu wariacyjnym. Twierdzenie Hilberta o regularności ekstremal.	6
W2	Zaawansowane zagadnienia wariacyjne. Zagadnienia wariacyjne dla układów funkcji. Zagadnienia wariacyjne z pochodnymi wyższych rzędów. Zagadnienia wariacyjne dla funkcji wielu zmiennych. Zagadnienia wariacyjne z ruchomymi końcami. Zagadnienie Bolzy.	8
W3	Zagadnienia wariacyjne z więzami. Zagadnienia izoperymetryczne, metoda mnożników Lagrangea. Zagadnienia wariacyjne z ekstremami warunkowymi.	6
W4	Warunek wystarczający na ekstremum. Lemat Legendrea, drugi warunek konieczny na ekstremum funkcjonału w najprostszym zagadnieniu wariacyjnym. Równanie Jacobiego, warunek Jacobiego jako warunek wystarczający na ekstremum funkcjonału w najprostszym zagadnieniu wariacyjnym.	5
W5	Zagadnienia sterowania optymalnego. Informacja o systemach dynamicznych. Zagadnienie sterowania optymalnego z ustalonym horyzontem czasowym, zasada maksimum Pontriagina. Zagadnienie sterowania optymalnego z nieustalonym momentem końcowym, warunek transwersalności.	5

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Najprostsze zagadnienie wariacyjne. Związki pomiędzy ekstremami słabymi i mocnymi funkcjonalów całkowych. Klasyczne zagadnienia rachunku wariacyjnego, zastosowanie równania Eulera do wyznaczania ekstremal w najprostszym zagadnieniu wariacyjnym.	6
C2	Zaawansowane zagadnienia wariacyjne. Wyznaczanie ekstremal w zaawansowanych zagadnieniach wariacyjnych. Zastosowanie warunków transversalności w zagadnieniach z ruchomymi końcami i w zagadnieniu Bolzy.	8
C3	Zagadnienia wariacyjne z więzami. Zastosowanie metody mnożników Lagrangea do zagadnień izoperymetrycznych i do wyznaczania innych ekstremów warunkowych.	6
C4	Warunek wystarczający na ekstremum. Badanie warunków równoważnych warunkowi Jacobiego. Zastosowanie warunku Jacobiego do wyznaczania ekstremum funkcjonału w najprostszym zagadnieniu wariacyjnym.	6
C5	Zagadnienia sterowania optymalnego. Zastosowanie zasady maksimum Pontriagina w zadaniach sterowania optymalnego z ustalonym momentem końcowym.	4

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Konsultacje

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	0
Konsultacje przedmiotowe	10
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	120
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>140</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	7.00

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin pisemny

P2 Egzamin ustny

P3 Średnia ważona ocen formujących

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Pozytywna ocena formująca jest warunkiem przystąpienia do egzaminu

### KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna definicji i twierdzeń rachunku wariacyjnego lub postępuje nieetycznie.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu definicje i twierdzenia rachunku wariacyjnego; postępuje etycznie.

NA OCENĘ 3.5	Student zna w dostatecznym stopniu definicje i twierdzenia rachunku wariacyjnego oraz ilustruje je przykładami; postępuje etycznie.
NA OCENĘ 4.0	Student precyzyjnie i ściśle formułuje definicje i twierdzenia rachunku wariacyjnego oraz ilustruje je przykładami; postępuje etycznie.
NA OCENĘ 4.5	Student precyzyjnie i ściśle formułuje definicje i twierdzenia rachunku wariacyjnego, ilustruje je przykładami, zna idee dowodów twierdzeń; postępuje etycznie.
NA OCENĘ 5.0	Student precyzyjnie i ściśle formułuje definicje i twierdzenia rachunku wariacyjnego, ilustruje je przykładami, zna pełne dowody twierdzeń; postępuje etycznie.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna definicji i twierdzeń teorii sterowania optymalnego lub postępuje nieetycznie.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu definicje i twierdzenia teorii sterowania optymalnego; postępuje etycznie.
NA OCENĘ 3.5	Student zna w dostatecznym stopniu definicje i twierdzenia teorii sterowania optymalnego oraz ilustruje je przykładami; postępuje etycznie.
NA OCENĘ 4.0	Student precyzyjnie i ściśle formułuje definicje i twierdzenia teorii sterowania optymalnego oraz ilustruje je przykładami; postępuje etycznie.
NA OCENĘ 4.5	Student precyzyjnie i ściśle formułuje definicje i twierdzenia teorii sterowania optymalnego, zna przykłady zastosowania twierdzeń; postępuje etycznie.
NA OCENĘ 5.0	Student precyzyjnie i ściśle formułuje definicje i twierdzenia teorii sterowania optymalnego, zna przykłady zastosowania twierdzeń wraz z pełnym uzasadnieniem; postępuje etycznie.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie umie rozwiązać typowych zadań w zakresie EK3 lub postępuje nieetycznie.
NA OCENĘ 3.0	Student poprawnie rozwiązuje typowe zadania w zakresie EK3, umie uzasadnić wyniki; postępuje etycznie.
NA OCENĘ 3.5	Student poprawnie rozwiązuje zadania o średnim stopniu trudności w zakresie EK3, umie uzasadnić wyniki; postępuje etycznie.
NA OCENĘ 4.0	Student bezbłędnie rozwiązuje zadania o średnim stopniu trudności w zakresie EK3, umie precyzyjnie uzasadnić wyniki; postępuje etycznie.
NA OCENĘ 4.5	Student poprawnie rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności w zakresie EK3, umie uzasadnić wyniki; postępuje etycznie.
NA OCENĘ 5.0	Student bezbłędnie rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności w zakresie EK3, umie precyzyjnie uzasadnić wyniki; postępuje etycznie.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	

NA OCENĘ 2.0	Student nie umie rozwiązać typowych zadań w zakresie EK4 lub postępuje nieetycznie.
NA OCENĘ 3.0	Student poprawnie rozwiązuje typowe zadania w zakresie EK4, umie uzasadnić wyniki; postępuje etycznie.
NA OCENĘ 3.5	Student poprawnie rozwiązuje zadania o średnim stopniu trudności w zakresie EK4, umie uzasadnić wyniki; postępuje etycznie.
NA OCENĘ 4.0	Student bezbłędnie rozwiązuje zadania o średnim stopniu trudności w zakresie EK4, umie precyzyjnie uzasadnić wyniki; postępuje etycznie.
NA OCENĘ 4.5	Student poprawnie rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności w zakresie EK4, umie uzasadnić wyniki; postępuje etycznie.
NA OCENĘ 5.0	Student bezbłędnie rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności w zakresie EK4, umie precyzyjnie uzasadnić wyniki; postępuje etycznie.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W02, K_W05, K_W06, K_W07, K_U13, K_U14, K_U15, K_K04, K_K06	Cel 1	W1 W2 W3 W4 C1 C2 C3 C4	N1 N2 N3	F1 P1 P2 P3
EK2	K_W02, K_W05, K_W06, K_W07, K_U13, K_U15, K_K04, K_K06	Cel 2	W5 C5	N1 N2 N3	F1 P1 P2 P3
EK3	K_U01, K_U04, K_U13, K_U14, K_U15, K_K04, K_K07	Cel 1	W1 W4 C1 C4	N1 N2 N3	F1 P1 P2 P3

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK4	K_U01, K_U04, K_U13, K_U14, K_U15, K_K04, K_K06, K_K07	Cel 1 Cel 2	W2 W3 W4 W5 C2 C3 C5	N1 N2 N3	F1 P1 P2 P3

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] **J. Muszyński** — *Równania różniczkowe zwyczajne i elementy rachunku wariacyjnego*, Warszawa, 2003, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej
- [2 ] **E. Panek** — *Ekonomia matematyczna*, Poznań, 2003, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu
- [3 ] **M.L. Krasnov, G.I. Makarenko, A.I. Kisielew** — *Problems and Exercises in the Calculus of Variations*, Moscow, 1984, Mir Publishers

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1 ] **W. Kołodziej** — *Wybrane rozdziały analizy matematycznej*, Warszawa, 1970, PWN
- [2 ] **L. Komzsik** — *Applied Calculus of Variations for Engineers*, Boca Raton, 2009, CRC Press

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Waław Pielichowski (kontakt: [wpielich@pk.edu.pl](mailto:wpielich@pk.edu.pl))

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Waław Pielichowski (kontakt: [wpielich@pk.edu.pl](mailto:wpielich@pk.edu.pl))

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....