

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2012/2013

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Modelowanie matematyczne

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Algorytmy w geometrii semialgebraicznej
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	
KOD PRZEDMIOTU	WFMiI M oIS C2 12/13
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	5.00
SEMESTRY	2

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
2	30	30	0	0	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Studenci mają poznać metody algebry rzeczywistej i geometrii semialgebraicznej, w tym oszacowania na pierwiastki rzeczywiste wielomianów oraz ilość tych pierwiastków. Powinni poznać wybrane algorytmy tej geometrii i rozumieć ich złożoność czasową. Powinni dostrzec możliwość zastosowania tych algorytmów w robotyce. Elementy teorii modeli pozwolą powiązać poznaną wiedzę z wieloma innymi dziedzinami matematyki. Referaty studenckie mają pomóc w nabyciu kompetencji społecznych.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Algebra (ogólna), Analiza matematyczna, Topologia

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna twierdzenia algebry rzeczywistej i geometrii semialgebraicznej.

**EK2 Umiejętności** Student umie szacować liczbę pierwiastków rzeczywistych wielomianu z krotnościami i bez krotności w zadanym przedziale, moduły pierwiastków oraz obliczać rzuty zbiorów semialgebraicznych.

**EK3 Wiedza** Student zna podstawy teorii modeli.

**EK4 Umiejętności** Student umie posługiwać się pojęciem rozkładu komórkowego, stratyfikacji i triangulacji, a także wymiaru zbioru semialgebraicznego. Rozumie złożoność obliczeniową algorytmu rozkładu komórkowego i podobnych algorytmów.

**EK5 Wiedza** Student zna funkcje programu Mathematica związane z geometrią semialgebraiczną.

**EK6 Kompetencje społeczne** Student umie dobrze przygotować referat i atrakcyjnie wygłosić go, informując uczciwie o swojej wiedzy lub niewiedzy.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W1</b>	Ciała rzeczywiste domknięte.	4
<b>W2</b>	Zliczanie pierwiastków „rzeczywistych” wielomianów.	4
<b>W3</b>	Warunki znakowe dla układu wielomianów.	3
<b>W4</b>	Elementy teorii modeli.	5
<b>W5</b>	Podstawy geometrii semialgebraicznej.	5
<b>W6</b>	Rozkład cylindryczny i stratyfikacja zbiorów semialgebraicznych.	5
<b>W7</b>	Algorytmy geometrii semialgebraicznej.	4

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>C1</b>	Rozpoznawanie ciał formalnie rzeczywistych i rzeczywiste domkniętych (przykłady i kontrprzykłady). Konstruowanie uporządkowań ciał formalnie rzeczywistych. Stosowanie wersji semialgebraicznych znanych twierdzeń z analizy.	4

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>C2</b>	Znajdowanie ilości pierwiastków rzeczywistych wielomianów o współczynnikach rzeczywistych liczonych z krotnościami i bez krotności. Tworzenie ciągu Sturma dla pary wielomianów.	6
<b>C3</b>	Sprawdzanie realizowalności warunków znakowych dla układu wielomianów i obliczanie rzutu zbioru semialgebraicznego.	4
<b>C4</b>	Rozpoznawanie zbiorów semialgebraicznych jako definiowalnych w uporządkowanym ciele liczb rzeczywistych (rzutowanie jako eliminacja kwantyfikatorów). Rozpoznawanie i badanie własności zbiorów definiowalnych w innych strukturach o-minimalnych.	4
<b>C5</b>	Badanie spójności i zwartości semialgebraicznej zbiorów semialgebraicznych. Rozpoznawanie odwzorowań semialgebraicznych. Podstawowe operacje na szeregach Puiseux.	2
<b>C6</b>	Konstrukcja rozkładów komórkowych, stratyfikacji i triangulacji semialgebraicznych oraz w innych strukturach o-minimalnych.	6
<b>C7</b>	Wykonywanie niektórych algorytmów geometrii semialgebraicznej z pomocą komputera (Mathematica lub Maxima).	4

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Prezentacje multimedialne

N4 Ćwiczenia laboratoryjne

N5 Konsultacje

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	0
Konsultacje przedmiotowe	15
Egzaminy i zaliczenia w sesji	5
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	65
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	5
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>90</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	5.00

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Zadanie tablicowe

F2 Odpowiedź ustna

F3 Projekt indywidualny

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Średnia ważona ocen formujących

P2 Zaliczenie pisemne

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** Na ocenę pozytywną należy uzyskać minimum 50% punktów. Wlicza się zaliczenie pisemne (lub egzamin pisemny, jeśli jest) i aktywność na zajęciach.

**W2** Zachęca się do wygłoszenia referatu, co może podnieść ocenę końcową.

### KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1

NA OCENĘ 2.0	Brak podstawowej wiedzy dotyczącej twierdzeń algebry rzeczywistej i geometrii semialgebraicznej.
NA OCENĘ 3.0	Student ma wiedzę podstawową dotyczącą twierdzeń algebry rzeczywistej i geometrii semialgebraicznej.
NA OCENĘ 3.5	Student ma wiedzę podstawową dotyczącą twierdzeń algebry rzeczywistej i geometrii semialgebraicznej i wykazuje częściowe zrozumienie materiału
NA OCENĘ 4.0	Student ma wiedzę ponadpodstawową dotyczącą twierdzeń algebry rzeczywistej i geometrii semialgebraicznej i rozumie materiał.
NA OCENĘ 4.5	Student ma wiedzę ponadpodstawową dotyczącą twierdzeń algebry rzeczywistej i geometrii semialgebraicznej i dobrze rozumie materiał.
NA OCENĘ 5.0	Student ma gruntowną wiedzę dotyczącą twierdzeń algebry rzeczywistej i geometrii semialgebraicznej i bardzo dobrze rozumie materiał.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Brak podstawowych umiejętności dotyczących oszacowań dla pierwiastków wielomianów oraz rzutów zbiorów semialgebraicznych.
NA OCENĘ 3.0	Student ma podstawowe umiejętności dotyczące oszacowań dla pierwiastków wielomianów oraz rzutów zbiorów semialgebraicznych.
NA OCENĘ 3.5	Student dość dobrze wykonuje oszacowania dla pierwiastków wielomianów oraz rzuty zbiorów semialgebraicznych.
NA OCENĘ 4.0	Student dobrze wykonuje oszacowania dla pierwiastków wielomianów oraz rzuty zbiorów semialgebraicznych.
NA OCENĘ 4.5	Student prawie biegle wykonuje oszacowania dla pierwiastków wielomianów oraz rzuty zbiorów semialgebraicznych.
NA OCENĘ 5.0	Student biegle wykonuje oszacowania dla pierwiastków wielomianów oraz rzuty zbiorów semialgebraicznych.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Brak podstawowej wiedzy dotyczącej teorii modeli.
NA OCENĘ 3.0	Student ma wiedzę podstawową dotyczącą teorii modeli.
NA OCENĘ 3.5	Student ma wiedzę podstawową dotyczącą teorii modeli i wykazuje częściowe zrozumienie materiału.
NA OCENĘ 4.0	Student ma wiedzę ponadpodstawową dotyczącą teorii modeli i rozumie materiał.
NA OCENĘ 4.5	Student ma wiedzę ponadpodstawową dotyczącą teorii modeli i dobrze rozumie materiał.
NA OCENĘ 5.0	Student ma gruntowną wiedzę dotyczącą teorii modeli i bardzo dobrze rozumie materiał.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	

NA OCENĘ 2.0	Brak podstawowych umiejętności dotyczących posługiwania się pojęciami geometrycznymi.
NA OCENĘ 3.0	Student ma podstawowe umiejętności dotyczące posługiwania się pojęciami geometrycznymi.
NA OCENĘ 3.5	Student dość dobrze posługuje się pojęciami geometrycznymi.
NA OCENĘ 4.0	Student dobrze posługuje się pojęciami geometrycznymi.
NA OCENĘ 4.5	Student prawie biegle posługuje się pojęciami geometrycznymi.
NA OCENĘ 5.0	Student biegle posługuje się pojęciami geometrycznymi.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Brak podstawowej wiedzy dotyczącej funkcji programu Mathematica.
NA OCENĘ 3.0	Student ma wiedzę podstawową dotyczącą funkcji programu Mathematica.
NA OCENĘ 3.5	Student ma wiedzę ponadpodstawową dotyczącą funkcji programu Mathematica.
NA OCENĘ 4.0	Student dobrze posługuje się w funkcjami programu Mathematica.
NA OCENĘ 4.5	Student prawie biegle używa funkcji programu Mathematica.
NA OCENĘ 5.0	Student biegle używa funkcji programu Mathematica.
EFEKT KSZTAŁCENIA 6	
NA OCENĘ 2.0	Student odmówił wygłoszenia referatu.
NA OCENĘ 3.0	Student wygłosił referat na poziomie miernym lub nie wygłosił go z braku czasu.
NA OCENĘ 3.5	Student wygłosił referat na poziomie zadowalającym.
NA OCENĘ 4.0	Student wygłosił dobry referat.
NA OCENĘ 4.5	Student wygłosił bardzo dobry referat, uczciwie zaprezentowany i rozszerzający horyzonty poznawcze całej grupy.
NA OCENĘ 5.0	Student wygłosił wyśmienity referat, bardzo atrakcyjnie i uczciwie zaprezentowany i rozszerzający horyzonty poznawcze całej grupy.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W05, K_W06	Cel 1	W1 W5 C1	N1 N2 N3 N5	F1 F2 P1 P2
EK2	K_U10, K_U13	Cel 1	W2 W3 C2 C3	N1 N2 N3 N5	F1 F2 P1 P2
EK3	K_W07, K_U02, K_U04	Cel 1	W4 C4	N1 N2 N3 N5	F1 F2 P1 P2
EK4	K_U08, K_U13	Cel 1	W6 C5 C6	N1 N2 N3 N5	F1 F2 P1 P2
EK5	K_W12	Cel 1	W7 C7	N1 N2 N3 N4 N5	F1 F2 P1 P2
EK6	K_K01, K_K02, K_K04, K_K06, K_K07	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7	N3 N4	F2 F3

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | S. Basu, M.-F. Roy, R. Pollack — *Algorithms in Real Algebraic Geometry*, Nowy Jork, 2003, Springer
- [2] | A. Piękosz — *Wstęp do teorii modeli*, Kraków, 2008, Wydawnictwo PK
- [3] | S. Łojasiewicz, J. Stasica — *Analiza formalna i funkcje analityczne*, Kraków, 2005, Wydawnictwo UJ

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | J. Bochnak, M. Coste, M.-F. Roy — *Real Algebraic Geometry*, Nowy Jork, 1998, Springer
- [2] | M. Coste — *An Introduction to Semialgebraic Geometry*, (w internecie), 2002, -
- [3] | M. Coste — *An Introduction to O-minimal Geometry*, (w internecie), 1999, -
- [4] | J. Canny — *The Complexity of Robot Motion Planning*, Cambridge, MA, 1987, MIT Press
- [5] | S. LaValle — *Planning Algorithms*, Cambridge, UK, 2006, Cambridge University Press

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Artur Piękosz (kontakt: pupiekos@cyf-kr.edu.pl)



## OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Artur Piękosz (kontakt: pupiekos@cyfronet.pl)

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....