

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2012/2013

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Informatyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: I

Stopień studiów: I

Specjalności: Brak specjalności

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Algebra z geometrią
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	
KOD PRZEDMIOTU	WFMiI I oIS B1 12/13
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty podstawowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	5.00
SEMESTRY	1

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
1	30	30	0	0	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Wprowadzenie podstawowych pojęć z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych.

**Cel 2** Wprowadzenie podstawowych pojęć z zakresu geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz z zakresu arytmetyki modularnej.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 brak wymagań wstępnych

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student objaśnia podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych

**EK2 Umiejętności** Student potrafi obliczyć iloczyn macierzy i wyznacznik macierzy, rozwiązać układ równań liniowych, wykonywać działania na liczbach zespolonych

**EK3 Wiedza** Student objaśnia podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej

**EK4 Umiejętności** Student potrafi rozwiązać proste zadanie z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej, potrafi się posługiwać prostymi metodami arytmetyki modularnej

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W1</b>	Wstęp do matematyki: iloczyn kartezjański, relacja, relacja równoważnościowa, iloraz zbioru przez relację, funkcje, działania na funkcjach, funkcja odwrotna, przykłady.	2
<b>W2</b>	Struktury algebraiczne: działania, grupa, pierścień, pierścień wielomianów, ciało.	2
<b>W3</b>	Ciało liczb zespolonych: liczba zespolona, działania na liczbach zespolonych, postać trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej, działania na nich, twierdzenie de Moivre'a, pierwiastkowanie liczb zespolonych, podstawowe twierdzenie algebry.	2
<b>W4</b>	Rachunek wektorowy w $R^2$ i $R^3$ : przestrzeń afiniczna, iloczyn skalarny, wektorowy, mieszany.	2
<b>W5</b>	Geometria analityczna w $R^2$ i $R^3$ : krzywe stożkowe, prosta i płaszczyzna w $R^3$ .	2
<b>W6</b>	Przestrzenie wektorowe i odwzorowania liniowe: przestrzeń wektorowa, podprzestrzeń generowana, liniowa niezależność wektorów, baza, wymiar, definicja i własności odwzorowania liniowego.	2
<b>W7</b>	Macierze: reprezentacja macierzowa, działania na macierzach, macierz transponowana, symetryczna i antysymetryczna, odwrotna, forma liniowa, dwuliniowa, wieloliniowa.	2
<b>W8</b>	Wyznaczniki: definicja, własności.	2
<b>W9</b>	Wyznaczniki: rozwinięcie Laplace'a, twierdzenie Cauchyego, wzory Kramera, wzory na elementy macierzy odwrotnej.	2

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W10</b>	Układy równań liniowych: twierdzenie Kroneckera - Capelliego, własności rozwiązań układów jednorodnych i niejednorodnych.	2
<b>W11</b>	Metoda eliminacji Gaussa i jej zastosowania.	2
<b>W12</b>	Podzielność liczb: własności relacji podzielności, dzielnik, dzielnik właściwy, liczba pierwsza, twierdzenie o rozkładzie na czynniki pierwsze, wnioski. Największy wspólny dzielnik, największa wspólna wielokrotność.	2
<b>W13</b>	Algorytm Euklidesa, uogólniony algorytm Euklidesa, funkcja Eulera.	2
<b>W14</b>	Arytmetyka modularna: własności kongruencji, działania, liczba odwrotna modulo, warunki. Potęgowanie modulo metodą iterowanego podnoszenia do kwadratu.	2
<b>W15</b>	15. Rozwiązywanie kongruencji liniowych: małe twierdzenie Fermata, uogólnione małe twierdzenie Fermata, chińskie twierdzenie o resztach, wnioski.	2

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>C1</b>	Wstęp do matematyki.	2
<b>C2</b>	Struktury algebraiczne.	2
<b>C3</b>	Ciało liczb zespolonych.	2
<b>C4</b>	Rachunek wektorowy w $R^2$ i $R^3$	2
<b>C5</b>	Geometria analityczna w $R^2$	2
<b>C6</b>	Przestrzenie wektorowe i odwzorowania liniowe.	2
<b>C7</b>	Macierze.	2
<b>C8</b>	Wyznaczniki.	2
<b>C9</b>	Wyznaczniki zastosowanie.	2
<b>C10</b>	Układy równań liniowych.	2
<b>C11</b>	Metoda eliminacji Gaussa.	2
<b>C12</b>	Podzielność liczb.	2
<b>C13</b>	Algorytmy Euklidesa.	2
<b>C14</b>	Arytmetyka modularna.	2
<b>C15</b>	Rozwiązywanie kongruencji liniowych.	2

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Dyskusja

N4 Konsultacje

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	0
Konsultacje przedmiotowe	10
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	70
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>90</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	5.00

## 9 SPOSOBY OCENY

**OCENA FORMUJĄCA**

F1 Kolokwium

F2 Zadanie tablicowe

F3 Odpowiedź ustna

**OCENA PODSUMOWUJĄCA****P1** Egzamin pisemny**P2** Test**P3** Średnia ważona ocen formujących**WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU****W1** 1. Zaliczenie ćwiczeń mogą uzyskać studenci, którzy regularnie uczęszczali na ćwiczenia**W2** 2. Do egzaminu mogą przystąpić studenci, którzy wcześniej uzyskali zaliczenie ćwiczeń**W3** 3. Egzamin składa się z części pisemnej, zawierającej zadania oraz z testu.**W4** 4. Ocena końcowa jest średnią z ocen P1-P3.**KRYTERIA OCENY**

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna podstawowych pojęć z jednej z następujących dziedzin: struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych
NA OCENĘ 3.0	Student zna podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych
NA OCENĘ 3.5	Student zna podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory
NA OCENĘ 4.0	Student logicznie wyjaśnia podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory
NA OCENĘ 4.5	Student logicznie wyjaśnia podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. Poprawnie formułuje wnioski wynikające z tych twierdzeń.
NA OCENĘ 5.0	Student wyjaśnia z pełnym zrozumieniem podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. Poprawnie formułuje wnioski wynikające z tych twierdzeń.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi obliczyć iloczynu macierzy lub wyznacznika macierzy, lub rozwiązać układu równań liniowych do wymiaru $3 \times 3$ lub nie potrafi wykonać prostego działania na liczbach zespolonych
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi obliczyć iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rozwiązać układ równań liniowych do wymiaru $3 \times 3$ i potrafi wykonać proste działania na liczbach zespolonych

NA OCENĘ 3.5	Student potrafi obliczyć iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rozwiązać układ równań liniowych dowolnego wymiaru, potrafi wykonać proste działania na liczbach zespolonych i używać postaci trygonometrycznej liczby zespolonej
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi obliczyć iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rząd macierzy, rozwiązać układ równań liniowych dowolnego wymiaru, potrafi zastosować metodę rozwinięcia Laplace i metodę eliminacji Gaussa, potrafi wykonać działania na liczbach zespolonych i używać postaci trygonometrycznej liczby zespolonej
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi obliczyć iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rząd macierzy, rozwiązać układ równań liniowych dowolnego wymiaru, potrafi zastosować metodę rozwinięcia Laplace i metodę eliminacji Gaussa, potrafi zbadać istnienie i jednoznaczność rozwiązania układu równań $m \times n$ , znaleźć to rozwiązanie, rozwiązać układ równań z parametrem, potrafi wykonać działania na liczbach zespolonych, używać postaci trygonometrycznej i wykładniczej liczby zespolonej
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi obliczyć iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rząd macierzy, rozwiązać układ równań liniowych dowolnego wymiaru, potrafi zastosować metodę rozwinięcia Laplace i metodę eliminacji Gaussa, potrafi zbadać istnienie i jednoznaczność rozwiązania układu równań $m \times n$ , znaleźć to rozwiązanie, rozwiązać układ równań z parametrem, potrafi wykonać działania na liczbach zespolonych, używać postaci trygonometrycznej i wykładniczej liczby zespolonej z pełnym zrozumieniem wykorzystanych metod
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna podstawowych pojęć z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej lub podstawowych pojęć z zakresu arytmetyki modularnej
NA OCENĘ 3.0	Student zna podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej
NA OCENĘ 3.5	Student zna podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory
NA OCENĘ 4.0	Student logicznie wyjaśnia podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory
NA OCENĘ 4.5	Student logicznie wyjaśnia podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. Poprawnie formułuje wnioski wynikające z tych twierdzeń.
NA OCENĘ 5.0	Student wyjaśnia z pełnym zrozumieniem podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. Poprawnie formułuje wnioski wynikające z tych twierdzeń.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	

NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi obliczyć iloczynu skalarnego, wektorowego lub mieszanego lub nie potrafi rozwiązać prostego zadania z geometrii analitycznej wymagającego znajomości równań prostej i/lub płaszczyzny lub nie potrafi wykonać algorytmu Euklidesa i znaleźć liczby odwrotnej modulo
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi obliczyć iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązać proste zadanie z geometrii analitycznej wymagające znajomości równań prostej i/lub płaszczyzny, potrafi wykonać zwykły i rozszerzony algorytm Euklidesa
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi obliczyć iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej wymagające znajomości równań prostej i/lub płaszczyzny, potrafi wykonać zwykły i rozszerzony algorytm Euklidesa i znaleźć liczbę odwrotną modulo $n$
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi obliczyć iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej wymagające znajomości równań krzywych stożkowych, potrafi wykorzystać różne rodzaje równań prostej i płaszczyzny, potrafi rozwiązać kongruencje liniowe
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi obliczyć iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej wymagające znajomości równań krzywych stożkowych i stycznych do nich, potrafi wykorzystać różne rodzaje równań prostej i płaszczyzny, potrafi rozwiązać układ kongruencji liniowych
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi obliczyć iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej wymagające znajomości równań krzywych stożkowych i stycznych do nich, potrafi wykorzystać różne rodzaje równań prostej i płaszczyzny, potrafi rozwiązać układ kongruencji liniowych, z pełnym zrozumieniem zastosowanych metod

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	I1_W01	Cel 1	W1 W2 W3 W6 W7 W8 W9 W10 W11 C1 C2 C3 C6 C7 C8 C9 C10 C11	N1 N2 N3 N4	F1 F2 F3 P1 P2 P3
EK2	I1_W01, I1_U01	Cel 1	W1 W2 W3 W6 W7 W8 W9 W10 W11 C1 C2 C6 C7 C8 C9 C10 C11	N1 N2 N3 N4	F1 F2 F3 P1 P2 P3

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK3	I1_W01	Cel 2	W4 W5 W12 W13 W14 W15 C4 C5 C12 C13 C14 C15	N1 N2 N3 N4	F1 F2 F3 P1 P2 P3
EK4	I1_W01,I1_U01	Cel 2	W4 W5 W12 W13 W14 W15 C4 C5 C12 C13 C14 C15	N1 N2 N3 N4	F1 F2 F3 P1 P2 P3

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] **T. Trajdos** — *Matematyka, cz. III*, Warszawa, 1999, WNT
- [2 ] **W. Stankiewicz** — *Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych.*, Warszawa, 1998, PWN
- [3 ] **W. Krywicki, L. Włodarski** — *Analiza matematyczna w zadaniach, cz. I.*, Warszawa, 2002, PWN
- [4 ] **B. Gdowski, R. Pluciński** — *Zadania z rachunku wektorowego i geometrii analitycznej*, Warszawa, 1982, PWN

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1 ] **D. Witczyńska, K. Witczyński** — *Wybrane zagadnienia z algebry liniowej i geometrii*, Warszawa, 1998, Wyd.PW
- [2 ] **J. Koroński** — *Wykłady i ćwiczenia z matematyki*, Kraków, 2008, Wyd. PK

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTE

dr hab. Andrzej Karafiat (kontakt: [akaraf@pk.edu.pl](mailto:akaraf@pk.edu.pl))

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 Dr hab Andrzej Karafiat (kontakt: [akaraf@pk.edu.pl](mailto:akaraf@pk.edu.pl))

2 Dr Agnieszka Krok (kontakt: [agakrok@poczta.fm](mailto:agakrok@poczta.fm))

3 Mgr Adam Marszałek (kontakt: [amarszalek@pk.edu.pl](mailto:amarszalek@pk.edu.pl))





## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....  
.....  
.....