

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2012/2013

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii, Modelowanie matematyczne

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Rachunek prawdopodobieństwa I
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	
KOD PRZEDMIOTU	WFMiI M oIS B12 12/13
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty podstawowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	7.00
SEMESTRY	4

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
4	45	45	0	0	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Celem zajęć jest zapoznanie studentów z podstawowymi zagadnieniami z rachunku prawdopodobieństwa. W szczególności studenci powinni opanować umiejętność budowania modeli probabilistycznych i obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych.

**Cel 2** Studenci powinni opanować umiejętność modelowania doświadczeń losowych za pomocą zmiennych losowych, obliczania wartości oczekiwanej, wariancji i innych parametrów.

**Cel 3** Zapoznanie studentów z wybranymi rozkładami prawdopodobieństwa, ze zwróceniem uwagi na ich zastosowania w procesach stochastycznych, statystyce, matematyce finansowej i aktuarialnej.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Analiza matematyczna I, II.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Umiejętności** Student posługuje się pojęciem przestrzeni probabilistycznej. Potrafi zbudować i przeanalizować matematyczny model doświadczenia losowego. Umie stosować wzór na sumę prawdopodobieństw.

**EK2 Umiejętności** Student umie stosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa, zna pojęcie niezależności zdarzeń.

**EK3 Umiejętności** Student umie posługiwać się zmiennymi losowymi, zna zastosowania praktyczne podstawowych rozkładów, umie wyznaczać ich parametry, konstruować dystrybuantę. Umie szacować prawdopodobieństwa używając PWL.

**EK4 Wiedza** Student zna podstawowe definicje i twierdzenia dotyczące modelowania probabilistycznego, rozkładów prawdopodobieństwa i ich parametrów.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Przestrzeń probabilistyczna. Definicja aksjomatyczna, podstawowe własności prawdopodobieństwa, prawdopodobieństwo klasyczne, prawdopodobieństwo dyskretne, prawdopodobieństwo geometryczne, produkt przestrzeni probabilistycznych, schemat Bernoullego, lemat Borela-Cantellego.	6
W2	Prawdopodobieństwo warunkowe, niezależność zdarzeń. Prawdopodobieństwo warunkowe, wzór na prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa, zdarzenia niezależne.	4
W3	Rozkłady i zmienne losowe. Rozkłady dyskretne, ciągłe, twierdzenie Radona-Nikodyma, rozkłady absolutnie ciągłe, mierzalność odwzorowań, zmienne losowe i ich rozkłady, wektory losowe i rozkłady wielowymiarowe, dystrybuanta i jej własności, związek dystrybuanty z rozkładem, niezależność wektorów losowych, niezależność sigma-algebr, funkcje wektorów losowych.	6
W4	Charakterystyki liczbowe zmiennych losowych. Wartość oczekiwana - przypadek dyskretny i absolutnie ciągły, wariancja, odchylenie standardowe, momenty zwykłe i centralne, skośność, eksces, mediana, moda, kowariancja, macierz kowariancji, współczynnik korelacji, zmienne nieskorelowane, regresja, nierówności Czebyszewa.	8
W5	Przegląd rozkładów. Rozkład: jednopunktowy, dwupunktowy, dwumianowy, geometryczny, wielomianowy, Pascala, hipergeometryczny, Poissona, prawo małych liczb Poissona, rozkład: jednostajny, wykładniczy, normalny, n-wymiarowy rozkład normalny, rozkład gamma, chi-kwadrat, Studenta, Cauchy'ego.	6

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W6</b>	Prawa wielkich liczb. Zbieżności zmiennych losowych. Słabe prawo wielkich liczb, nierówność Kołmogorowa, mocne prawo wielkich liczb, zbieżność stochastyczna, zbieżność prawie na pewno, zbieżność wg p-tego momentu, zależności między zbieżnościami.	6
<b>W7</b>	Elementy teorii miary i całki. Mierzalność odwzorowań, całka względem miary probabilistycznej, własności całki, twierdzenie Lebesgue'a o zbieżności monotonicznej, twierdzenie Lebesgue'a o zbieżności zmajoryzowanej, twierdzenie Fubiniego.	5
<b>W8</b>	Wartość oczekiwana - przypadek ogólny. Twierdzenie o zamianie miary w całce Lebesgue'a. Dowód nierówności Markowa.	4

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>C1</b>	Własności prawdopodobieństwa, obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń losowych z użyciem metod kombinatorycznych, schemat Bernoullego, obliczanie prawdopodobieństwa geometrycznego.	10
<b>C2</b>	Obliczanie prawdopodobieństwa warunkowego, wzór na prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa, badanie niezależności zdarzeń.	8
<b>C3</b>	Badanie mierzalności odwzorowań, przykłady zmiennych losowych i ich rozkładów, gęstość prawdopodobieństwa, wyznaczanie dystrybuanty zadanego rozkładu prawdopodobieństwa i na odwrót.	7
<b>C4</b>	Obliczanie wartości oczekiwanej, wariancji, odchylenia standardowego i innych parametrów zmiennych losowych.	8
<b>C5</b>	Funkcje zmiennych losowych, wyznaczanie rozkładów.	8
<b>C6</b>	Zastosowania nierówności: Markowa, Czebyszewa, Schwartz'a.	4

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Prezentacje multimedialne

N3 Zadania tablicowe

N4 Konsultacje

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	0
Konsultacje przedmiotowe	10
Egzaminy i zaliczenia w sesji	4
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	45
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
rozwiązywanie zadań domowych	75
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>134</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	7.00

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Zadanie tablicowe

F2 Kolokwium

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin pisemny

P2 Egzamin ustny

P3 Średnia ważona ocen formujących

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Przewidziane są trzy kolokwia w trakcie semestru

W2 Za aktywność na ćwiczeniach można uzyskać dodatkowe punkty

W3 Studenci, którzy za trzy kolokwia i aktywność uzyskają sumę punktów mniejszą od połowy sumy punktów za trzy kolokwia, przed przystąpieniem do egzaminu, zobowiązani są napisać kolokwium poprawkowe

W4 Studenci, którzy za trzy kolokwia i aktywność uzyskają co najmniej 80% sumy punktów za trzy kolokwia są zwolnieni z egzaminu pisemnego

**OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA**
**B1** Ćwiczenie praktyczne

**B2** Inne

**KRYTERIA OCENY**

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi posługiwać się pojęciem przestrzeni probabilistycznej. Nie potrafi zbudować i przeanalizować probabilistycznego modelu doświadczenia losowego.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi konstruować przestrzeń probabilistyczną i obliczać prawdopodobieństwa dla doświadczeń losowych, dla których można wypisać zdarzenia elementarne.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi konstruować przestrzeń probabilistyczną i obliczać prawdopodobieństwa dla doświadczeń losowych, umie korzystać z narzędzi kombinatorycznych.
NA OCENĘ 4.0	Jak na ocenę 3.5. Dodatkowo: Student umie stosować skończony schemat Bernoullego i dowodzić wzory kombinatoryczne.
NA OCENĘ 4.5	Jak na ocenę 4. Dodatkowo: Student umie stosować prawdopodobieństwo geometryczne i nieskończony schemat Bernoullego.
NA OCENĘ 5.0	Jak na ocenę 4.5. Dodatkowo: Student umie stosować wzór włącz-wyłącz, jest świadomy i umie objaśniać błędne rozumowania i paradoksy.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi stosować wzoru na prawdopodobieństwo całkowite ani wzoru Bayesa, nie rozumie pojęcia niezależności zdarzeń
NA OCENĘ 3.0	Student umie stosować prawdopodobieństwo warunkowe, zna definicję zdarzeń niezależnych.
NA OCENĘ 3.5	Jak na ocenę 3. Dodatkowo: Student umie stosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite, zbadać niezależność zdarzeń.
NA OCENĘ 4.0	Jak na ocenę 3.5. Dodatkowo: Student umie stosować wzór Bayesa, dowodzić własności zdarzeń niezależnych, podawać przykłady zdarzeń niezależnych, parami niezależnych i zależnych.
NA OCENĘ 4.5	Jak na ocenę 4. Dodatkowo: Student umie stosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite wzór Bayesa dla doświadczeń wieloetapowych
NA OCENĘ 5.0	Jak na ocenę 4.5. Dodatkowo: Student jest świadomy i umie objaśniać błędne rozumowania i paradoksy związane z prawdopodobieństwem warunkowym i całkowitym.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie umie posługiwać się zmiennymi losowymi

NA OCENĘ 3.0	Student umie posługiwać się zmiennymi losowymi o rozkładzie dyskretnym. Umie wyznaczać ich parametry i konstruować dystrybuantę.
NA OCENĘ 3.5	Student umie posługiwać się zmiennymi losowymi o rozkładzie dyskretnym i absolutnie ciągłym. Umie wyznaczać ich parametry i konstruować dystrybuantę.
NA OCENĘ 4.0	Jak na ocenę 3.5. Dodatkowo: Student umie stosować odpowiednio dobrane zmienne losowe przy rozwiązywaniu praktycznych problemów.
NA OCENĘ 4.5	Jak na ocenę 4. Dodatkowo: Student umie odzyskać rozkład, gdy zadana jest dystrybuanta. Umie szacować prawdopodobieństwa z użyciem nierówności Czebyszewa i PWL.
NA OCENĘ 5.0	Jak na ocenę 4.5. Dodatkowo: Student potrafi wyprowadzać wzory na parametry podstawowych rozkładów.
<b>EFEKT KSZTAŁCENIA 4</b>	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna podstawowych pojęć z zakresu przedstawionego na wykładach materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wypowiedzieć definicje i twierdzenia z zakresu przedstawionego na wykładach materiału.
NA OCENĘ 3.5	Jak na ocenę 3. Dodatkowo: Student umie ilustrować przedstawiane definicje i twierdzenia przykładami.
NA OCENĘ 4.0	Jak na ocenę 3.5. Dodatkowo: Student umie przytoczyć idee dowodów twierdzeń przedstawione na wykładach.
NA OCENĘ 4.5	Jak na ocenę 4. Dodatkowo: Student umie poprawnie cytować narzędzia z innych działów matematyki stosowane w powyższych rozumowaniach.
NA OCENĘ 5.0	Jak na ocenę 4.5. Dodatkowo: Student umie dowodzić twierdzenia przedstawione na wykładach.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓLOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_U01, K_U06, K_U30	Cel 1	C1	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK2	K_U02, K_U32	Cel 1	C2	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK3	K_U30, K_U31, K_U32	Cel 2	W8 C3 C4 C5 C6	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK4	K_W01, K_W02, K_W03, K_W04, K_W05, K_U36, K_K01, K_K02, K_K05, K_K07	Cel 3	W7 W8 C1 C2 C3 C4 C5 C6	N1 N2 N4	P1 P2 P3

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

[1 ] J. Jakubowski, R. Sztencel, — *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, Warszawa, 2001, Script

[2 ] M. Wiciak — *Elementy probabilistyki w zadaniach*, Kraków, 2008, Wydawnictwo PK

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

[1 ] P. Billingsley — *Prawdopodobieństwo i miara*, Warszawa, 1987, PWN

[2 ] W. Feller — *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa, tom I, II*, Warszawa, 1977, PWN

[3 ] J. Stojanow — *Zbiór zadań z rachunku prawdopodobieństwa*, Warszawa, 1982, PWN

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Margareta Wiciak (kontakt: mwiciak@pk.edu.pl)

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Margareta Wiciak (kontakt: mwiciak@pk.edu.pl)

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)



**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....