

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2012/2013

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Równania różniczkowe
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	
KOD PRZEDMIOTU	WFMiI M oIIS C4 12/13
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	7.00
SEMESTRY	2

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
2	45	30	0	15	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Zapoznanie studentów z równaniami różniczkowymi zwyczajnymi (przypomnienie i uporządkowanie) oraz z wiadomościami wstępnymi na temat równań różniczkowych cząstkowych.

**Cel 2** Zapoznanie studentów z klasyfikacją równań różniczkowych cząstkowych oraz z równaniami różniczkowymi cząstkowymi liniowymi rzędu drugiego o dwóch zmiennych niezależnych.

**Cel 3** Zapoznanie studentów z twierdzeniem Cauchy’ego-Kowalewskiej i z jego dowodem.

**Cel 4** Zapoznanie studentów z równaniami różniczkowymi cząstkowymi rzędu pierwszego i ich związkami z równaniami różniczkowymi zwyczajnymi.

**Cel 5** Zapoznanie studentów z równaniami Laplace’a i przewodnictwa cieplnego oraz z równaniem falowym.

**Cel 6** Nabycie umiejętności pracy w zespole.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Wstęp do równań różniczkowych.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student objaśnia metody rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych oraz zna wiadomości wstępne dotyczące równań różniczkowych cząstkowych.

**EK2 Wiedza** Student zna teorię związaną z klasyfikacją równań różniczkowych cząstkowych.

**EK3 Umiejętności** Student potrafi klasyfikować równania różniczkowe cząstkowe.

**EK4 Wiedza** Student zna twierdzenie Cauchy’ego-Kowalewskiej.

**EK5 Wiedza** Student zna teorię równań różniczkowych cząstkowych rzędu pierwszego i ich związek z równaniami różniczkowymi zwyczajnymi. Zna też teorię całek pierwszych.

**EK6 Umiejętności** Student potrafi rozwiązywać równania cząstkowe rzędu pierwszego i zadania na temat całek pierwszych.

**EK7 Wiedza** Student zna teorię równań Laplace’a i przewodnictwa cieplnego oraz równania falowego.

**EK8 Umiejętności** Student potrafi rozwiązywać zadania na temat równań Laplace’a, przewodnictwa cieplnego i falowego.

**EK9 Kompetencje społeczne** Student współpracuje w zespole.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Zadania z równań różniczkowych zwyczajnych (przypomnienie i uporządkowanie): analityczne i numeryczne rozwiązywanie wybranych typów równań, w tym układów równań liniowych i równań wyższych rzędów. Punkty stacjonarne i ich stabilność.	4
C2	Zadania z klasyfikacji równań różniczkowych cząstkowych.	4
C3	Zadania o sprowadzaniu do postaci kanonicznej dla równań cząstkowych z dwiema zmiennymi niezależnymi.	6
C4	Zadania z równań różniczkowych cząstkowych rzędu pierwszego liniowych i quasi-liniowych.	3

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C5	Zadania o metodzie funkcji Greena dla równania Laplace'a.	2
C6	Zadania o metodzie funkcji Greena i o metodzie rozdziału zmiennych Fouriera dla równania przewodnictwa cieplnego.	5
C7	Zadania o metodzie rozdziału zmiennych Fouriera dla równania struny.	4
C8	Zadania o metodach Ritza i Galerkina, i ich zastosowaniach do równań cząstkowych.	2

LABORATORIUM KOMPUTEROWE		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
K1	Zestawienie podstawowych wiadomości o programie Mathematica oraz o programie Maple w kontekście równań różniczkowych.	2
K2	Rozwiązywanie metodą charakterystyk liniowych równań cząstkowych rzędu pierwszego jednorodnych i niejednorodnych przy zastosowaniu programu Mathematica oraz programu Maple w kontekście równań liniowych i quasi-liniowych rzędu pierwszego. Wyznaczanie rozwiązań równań cząstkowych rzędu pierwszego metodą rozdzielania zmiennych z zastosowaniem programu Mathematica.	3
K3	Rozwiązywanie zagadnienia Dirichleta dla równania Laplace'a metodą rozdzielania zmiennych przy pomocy programu Mathematica.	2
K4	Rozwiązywanie problemów początkowych oraz problemu początkowo-brzegowego dla równania przewodnictwa cieplnego metodą rozdzielania zmiennych z zastosowaniem programu Maple.	3
K5	Rozwiązywanie problemu początkowego dla równania struny metodą d'Alemberta przy pomocy programu Mathematica oraz programu Maple. Rozwiązywanie problemu struny ograniczonej przy zastosowaniu programu Maple.	3
K6	Wyznaczanie metodą siatek rozwiązań przybliżonych zagadnień granicznych dla równania struny, przewodnictwa cieplnego i dla równania Poissona.	2

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Równania różniczkowe zwyczajne (przypomnienie i uporządkowanie)	6

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W2</b>	Wiadomości wstępne na temat równań różniczkowych cząstkowych: pojęcie równania i układu równań różniczkowych cząstkowych, zagadnienia graniczne, początkowe, brzegowe, mieszane, pojęcie zagadnienia poprawnie postawionego, rozwiązania klasyczne.	3
<b>W3</b>	Klasyfikacja równań różniczkowych cząstkowych.	4
<b>W4</b>	Równanie różniczkowe cząstkowe liniowe rzędu drugiego o dwóch zmiennych niezależnych: równanie charakterystyk, postać kanoniczna równania hiperbolicznego, postać kanoniczna równania parabolicznego, postać kanoniczna równania eliptycznego, równania o stałych współczynnikach.	4
<b>W5</b>	Twierdzenie Cauchy'ego-Kowalewskiej (z dowodem).	5
<b>W6</b>	Równania różniczkowe cząstkowe rzędu pierwszego i ich związek z równaniami różniczkowymi zwyczajnymi; całki pierwsze.	5
<b>W7</b>	Równanie Laplace'a: rozwiązanie podstawowe, własność wartości średniej, własności funkcji harmonicznych, funkcja Greena, metody energetyczne.	6
<b>W8</b>	Równanie przewodnictwa cieplnego: rozwiązanie podstawowe, własność wartości średniej, własności rozwiązań, metody energetyczne, metoda rozdziału zmiennych Fouriera.	6
<b>W9</b>	Równanie falowe: rozwiązanie metodą średnich sferycznych, zagadnienie niejednorodne, metody energetyczne, metoda rozdziału zmiennych Fouriera.	6

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady

**N2** Zadania tablicowe

**N3** Prezentacje multimedialne

**N4** Konsultacje

**N5** Ćwiczenia laboratoryjne

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	0
Konsultacje przedmiotowe	5
Egzaminy i zaliczenia w sesji	5
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	110
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>120</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	7.00

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

F2 Odpowiedź ustna

F3 Zadanie tablicowe

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin pisemny

P2 Średnia ważona ocen formujących

P3 Egzamin ustny

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

- W1 a. Do egzaminu pisemnego mogą przystąpić studenci, którzy zaliczyli ćwiczenia i laboratorium komputerowe.  
b. Egzamin pisemny składa się z części zadaniowej. c. Ocena końcowa jest średnią ocen P1, P2 i P3.

### KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1
---------------------

NA OCENĘ 2.0	Student nie zna żadnych metod rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych oraz nie zna żadnych wiadomości wstępnych dotyczących równań różniczkowych cząstkowych.
NA OCENĘ 3.0	Student objaśnia w zarysie metody rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych oraz zna w zarysie wiadomości wstępne dotyczące równań różniczkowych cząstkowych.
NA OCENĘ 3.5	Student objaśnia dość dobrze metody rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych oraz zna dość dobrze wiadomości wstępne dotyczące równań różniczkowych cząstkowych.
NA OCENĘ 4.0	Student objaśnia dobrze metody rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych oraz zna dobrze wiadomości wstępne dotyczące równań różniczkowych cząstkowych.
NA OCENĘ 4.5	Student objaśnia szczegółowo metody rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych oraz zna szczegółowo wiadomości wstępne dotyczące równań różniczkowych cząstkowych.
NA OCENĘ 5.0	Student objaśnia doskonale metody rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych oraz zna doskonale wiadomości wstępne dotyczące równań różniczkowych cząstkowych.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna teorii związanej z klasyfikacją równań różniczkowych cząstkowych.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w zarysie teorię związaną z klasyfikacją równań różniczkowych cząstkowych.
NA OCENĘ 3.5	Student zna dość dobrze teorię związaną z klasyfikacją równań różniczkowych cząstkowych.
NA OCENĘ 4.0	Student zna szczegółowo teorię związaną z klasyfikacją równań różniczkowych cząstkowych.
NA OCENĘ 4.5	Student zna doskonale teorię związaną z klasyfikacją równań różniczkowych cząstkowych.
NA OCENĘ 5.0	Student spełnia kryteria na ocenę 4.5 i potrafi stosować w praktyce teorię związaną z klasyfikacją równań różniczkowych cząstkowych.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi klasyfikować równań różniczkowych cząstkowych.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi klasyfikować w zarysie równania różniczkowe cząstkowe.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi klasyfikować dość dobrze równania różniczkowe cząstkowe.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi klasyfikować dobrze równania różniczkowe cząstkowe.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi klasyfikować bardzo dobrze równania różniczkowe cząstkowe.

NA OCENĘ 5.0	Student potrafi klasyfikować doskonale równania różniczkowe cząstkowe.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna twierdzenia Cauchy'ego-Kowalewskiej.
NA OCENĘ 3.0	Student zna twierdzenie Cauchy'ego-Kowalewskiej.
NA OCENĘ 3.5	Student zna twierdzenie Cauchy'ego-Kowalewskiej i w zarysie jego dowód.
NA OCENĘ 4.0	Student zna twierdzenie Cauchy'ego-Kowalewskiej i zna dobrze jego dowód.
NA OCENĘ 4.5	Student zna twierdzenie Cauchy'ego-Kowalewskiej i zna bardzo dobrze jego dowód.
NA OCENĘ 5.0	Student zna twierdzenie Cauchy'ego-Kowalewskiej i zna doskonale jego dowód.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna teorii równań różniczkowych cząstkowych rzędu pierwszego i ich związku z równaniami różniczkowymi zwyczajnymi. Nie zna też teorii całek pierwszych.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w zarysie teorię równań różniczkowych cząstkowych rzędu pierwszego i ich związek z równaniami różniczkowymi zwyczajnymi. Zna też w zarysie teorię całek pierwszych.
NA OCENĘ 3.5	Student zna dość dobrze teorię równań różniczkowych cząstkowych rzędu pierwszego i ich związek z równaniami różniczkowymi zwyczajnymi. Zna też dość dobrze teorię całek pierwszych.
NA OCENĘ 4.0	Student zna dobrze teorię równań różniczkowych rzędu pierwszego i ich związek z równaniami różniczkowymi zwyczajnymi. Zna też dobrze teorię całek pierwszych.
NA OCENĘ 4.5	Student zna bardzo dobrze teorię równań różniczkowych cząstkowych rzędu pierwszego i ich związek z równaniami różniczkowymi zwyczajnymi. Zna też bardzo dobrze teorię całek pierwszych.
NA OCENĘ 5.0	Student zna doskonale teorię równań różniczkowych cząstkowych rzędu pierwszego i ich związek z równaniami różniczkowymi zwyczajnymi. Zna też doskonale teorię całek pierwszych.
EFEKT KSZTAŁCENIA 6	
NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi rozwiązywać równań cząstkowych rzędu pierwszego i zadań na temat całek pierwszych.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi rozwiązywać proste równania cząstkowe rzędu pierwszego i proste zadania na temat całek pierwszych.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi rozwiązywać średnio trudne równania różniczkowe cząstkowe rzędu pierwszego i średnio trudne zadania na temat całek pierwszych.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi rozwiązywać trudne równania różniczkowe cząstkowe rzędu pierwszego i średnio trudne zadania na temat całek pierwszych.

NA OCENĘ 4.5	Student potrafi rozwiązywać bardzo trudne równania różniczkowe cząstkowe rzędu pierwszego i bardzo trudne zadania na temat całek pierwszych.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi rozwiązywać wszystkie równania różniczkowe cząstkowe rzędu pierwszego i wszystkie zadania na temat całek pierwszych.
EFEKT KSZTAŁCENIA 7	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna teorii równań Laplace'a i przewodnictwa cieplnego oraz równania falowego.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w zarysie teorię równań Laplace'a i przewodnictwa cieplnego oraz równania falowego.
NA OCENĘ 3.5	Student zna dość dobrze teorię równań Laplace'a i przewodnictwa cieplnego oraz równania falowego.
NA OCENĘ 4.0	Student zna dobrze teorię równań Laplace'a i przewodnictwa cieplnego oraz równania falowego.
NA OCENĘ 4.5	Student zna bardzo dobrze teorię równań Laplace'a i przewodnictwa cieplnego oraz równania falowego.
NA OCENĘ 5.0	Student zna doskonale teorię równań Laplace'a i przewodnictwa cieplnego oraz równania falowego.
EFEKT KSZTAŁCENIA 8	
NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi rozwiązywać zadań na temat równań: Laplace'a, przewodnictwa cieplnego i falowego.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi rozwiązywać proste zadania na temat równań: Laplace'a, przewodnictwa cieplnego i falowego.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi rozwiązywać średnio trudne zadania na temat równań: Laplace'a, przewodnictwa cieplnego i falowego.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi rozwiązywać trudne zadania na temat równań: Laplace'a, przewodnictwa cieplnego i falowego.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi rozwiązywać bardzo trudne zadania na temat równań: Laplace'a, przewodnictwa cieplnego i falowego.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi rozwiązywać wszystkie zadania na temat równań: Laplace'a, przewodnictwa cieplnego i falowego.
EFEKT KSZTAŁCENIA 9	
NA OCENĘ 2.0	Student nie angażuje się w prace zespołu.
NA OCENĘ 3.0	Student wykonuje fragment przydzielonego zadania w ramach grupy, nie konsultuje i nie weryfikuje z grupą swojego stanowiska.
NA OCENĘ 3.5	Student współpracuje w grupie, nie zawsze potrafi bronić swojej opinii.
NA OCENĘ 4.0	Student dobrze współpracuje w grupie, jest aktywny i zaangażowany.



NA OCENĘ 4.5	Student bardzo dobrze współpracuje w grupie, wykazując dużą aktywność w aspekcie kierowania pracą grupy.
NA OCENĘ 5.0	Student doskonale współpracuje i kieruje pracą w grupie.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓLOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W01, K_W02, K_W03, K_W05, K_W06, K_W07, K_W12	Cel 1	C1 W1 W2	N1 N2 N3 N4 N5	P1 P2 P3
EK2	K_W01, K_W02, K_W03, K_W06, K_W07, K_W12	Cel 2	W3 W4	N1 N2 N3 N4 N5	P1 P2 P3
EK3	K_U01, K_U04, K_U05, K_U06, K_U13, K_U14, K_U15	Cel 2	C2 C3 W3 W4	N1 N2 N3 N4 N5	P1 P2 P3
EK4	K_W01, K_W02, K_W03, K_W05, K_W06, K_W07	Cel 3	W5	N1 N2 N3 N4 N5	P1 P2 P3
EK5	K_W01, K_W02, K_W03, K_W04, K_W05, K_W06, K_W07, K_W12	Cel 4	C4 W6	N1 N2 N3 N4 N5	P1 P2 P3

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓLOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK6	K_U01, K_U04, K_U05, K_U06, K_U13, K_U14, K_U15	Cel 4	C4 W6	N1 N2 N3 N4 N5	P1 P2 P3
EK7	K_W01, K_W02, K_W03, K_W04, K_W05, K_W06, K_W07, K_W12	Cel 5	C5 C6 C7 W7 W8 W9	N1 N2 N3 N4 N5	P1 P2 P3
EK8	K_U01, K_U04, K_U05, K_U06, K_U13, K_U14, K_U15	Cel 5	C5 C6 C7 W7 W8 W9	N1 N2 N3 N4 N5	P1 P2 P3
EK9	K_K04, K_K06, K_K07	Cel 6	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8	N2 N5	F2 F3

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | **L.C. Evans** — *Równania różniczkowe cząstkowe*, Warszawa, 2002, PWN
- [2] | **H. Marcinkowska** — *Wstęp do teorii równań różniczkowych cząstkowych*, Warszawa, 1986, PWN
- [3] | **J. Ombach** — *Wykłady z równań różniczkowych wspomagane komputerowo-Maple*, Kraków, 1999, Wyd. UJ
- [4] | **A. Palczewski** — *Równania różniczkowe zwyczajne, teoria i metody numeryczne z wykorzystaniem komputerowego systemu obliczeń symbolicznych*, Warszawa, 2004, WNT
- [5] | **R. Grzymowski, A. Kapusta, T. Kuboszek, D. Słota** — *Mathematica 6*, Gliwice, 2008, Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego
- [6] | **A. Krowiak** — *Wprowadzenie do pakietu obliczeń symbolicznych Maple/TM*, Kraków, 2009, Wyd. PK

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | **E. Kącki** — *Równania różniczkowe cząstkowe w zagadnieniach fizyki i techniki*, Warszawa, 1995, WNT
- [2] | **M. Krzyżański** — *Partial Differential Equations of Second Order, tomy: I i II*, Warszawa, 1971, PWN
- [3] | **W. Żakowski, W. Leksiński** — *Matematyka, tom: IV*, Warszawa, 1982, WNT

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr hab. Ludwik Byszewski (kontakt: lbyszews@pk.edu.pl)

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr hab., prof. PK Ludwik Byszewski (kontakt: lbyszews@pk.edu.pl)

2 Dr Jan Koroński (kontakt: jkorons@pk.edu.pl)

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....  
.....