

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2023/2024

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Informatyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: niestacjonarne

Kod kierunku: I

Stopień studiów: I

Specjalności: Brak specjalności

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Matematyka dyskretna
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Discrete mathematics
KOD PRZEDMIOTU	WiIT I oIN C14 23/24
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	4.00
SEMESTRY	4

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
4	18	9	0	9	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Opanowanie podstawowych pojęć i metod z zakresu logiki matematycznej, teorii grafów, matematyki dyskretniej, teorii liczb.

Cel 2 Umiejętność rozpoznania wśród problemów praktycznych tych, do których można zastosować metody matematyki dyskretniej.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Elementy analizy matematycznej i algebry liniowej.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student zna podstawowe definicje i twierdzenia przedstawione na wykładach. Podstawowe pojęcia i metody logiki matematycznej, teorii mnogości oraz matematyki dyskretniej, rozumie znaczenie dowodów w zakresie przedstawionej teorii.

EK2 Wiedza Znajomość podstawowych pojęć i algorytmów kryptografii. Student umie opisać protokół RSA i uzasadnić jego poprawność na gruncie poznanych twierdzeń z teorii liczb.

EK3 Umiejętności Umiejętność zastosowania algorytmów w teorii grafów.

EK4 Umiejętności Potrafi zanalizować poznane fakty pod kątem istotności założeń konstruując odpowiednie przykłady i kontrprzykłady.

EK5 Kompetencje społeczne Student posiada umiejętność jasnego formułowania pytań, czynnego udziału w dyskusji i potrafi pracować w grupie nad niezbyt trudnymi zadaniami praktycznymi.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BŁOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Zasada indukcji matematycznej, zasady minimum i maksimum. Aksjomaty liczb naturalnych.	1
W2	Rekurencja definicje rekurencyjne i rozwiązywanie równań rekurencyjnych, ciąg Fibonacciego.	2
W3	Zasada szufladkowa Dirichleta. Zasada włączania i wyłączania. Kombinatoryczne zliczanie. Wariacje, permutacje, kombinacje, kombinacje z powtórzeniami, permutacje z powtórzeniami. Liczba sposobów rozmieszczenia w pudełkach przedmiotów (rozdzielalnych lub nie).	2
W4	Grafiy podstawowe pojęcia. Grafiy cykle Eulera i Hamiltona. Drzewo, dendryt, algorytmy grafiowe Prima i Kruskala wyznaczające minimalne drzewo spinające.	2
W7	Grafiy skierowane. Minimalne drogi w grafiach skierowanych. Algorytmy Dijkstry i Bellmana-Forda.	2
W8	Grafiy dwudzielne, skojarzenia, pełne skojarzenie, twierdzenie Hala o skojarzeniach w grafiu dwudzielnym, twierdzenie Mengersa.	1
W9	Podstawowe zagadnienia związane z kolorowaniem grafiów.	1
W10	Arytmetyka liczb całkowitych, dzielenie z reszta, algorytm Euklidesa, liczby pierwsze, faktoryzacja, fundamentalne twierdzenie arytmetyki, twierdzenie Dirichleta o liczbach pierwszych w postępie arytmetycznym, twierdzenie Czebyszewa, twierdzenie o rozmieszczeniu liczb pierwszych, równania diofantyczne przykłady.	3

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W11	Kongruencje, Małe twierdzenie Fermata, twierdzenie Eulera, Chińskie twierdzenie o resztach.	2
W12	Kryptografia, klasyfikacja algorytmów szyfrujących, algorytm RSA, podpis cyfrowy, algorytm Diffiego-Hellmana, ElGamala.	2

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Praktyczne zadania, wykorzystujące zasadę indukcji matematycznej, zasady minimum i maksimum.	1
C2	Zliczanie i zadania kombinatoryczne: zasada szufladkowa Dirichleta, zasada włączania i wyłączania, wariacje, permutacje, kombinacje, kombinacje z powtórzeniami, permutacje z powtórzeniami.	2
C3	Szukanie cyklu Eulera i Hamiltona. Zastosowanie algorytmów grafowych: Prima i Kruskala. Wyznaczanie minimalnego drzewa spinającego.	1
C4	Zastosowania grafów skierowanych. Szukanie minimalnej drogi w grafach skierowanych. Algorytmy Dijkstry i Bellmana-Forda.	2
C5	Praktyczne wykorzystanie grafów dwudzielnych, skojarzeń, pełnych skojarzeń, do tworzenia planów, grafików. Twierdzenie Hala o skojarzeniach w grafie dwudzielnym, twierdzenie Mengera.	2
C6	Kolorowaniem grafów i mapy. Indeks i liczba chromatyczna.	1

LABORATORIUM KOMPUTEROWE		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
K1	Własności ciągów rekurencyjnych, rozwiązywanie równań rekurencyjnych jednorodnych i niejednorodnych, przy użyciu wielomianu charakterystycznego i funkcji tworzących.	2
K2	Arytmetyka liczb całkowitych, dzielenie z resztą, algorytm Euklidesa, liczby pierwsze, faktoryzacja, fundamentalne twierdzenie arytmetyki, twierdzenie Dirichleta o liczbach pierwszych w postępie arytmetycznym, twierdzenie Czebyszewa, twierdzenie o rozmieszczeniu liczb pierwszych, równania diofantyczne przykłady.	3
K3	Rozwiązywanie kongruencji i układów kongruencji. Zadania wykorzystujące twierdzenie Fermata, twierdzenie Eulera.	2

LABORATORIUM KOMPUTEROWE		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
K4	Tworzenie protokołu RSA, szyfrowanie, podpisywanie cyfrowe. Zastosowania algorytmu Diffiego-Hellmana oraz ElGamala.	2

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Praca w grupach

N4 Prezentacje multimedialne

N5 Dyskusja

N6 MS TEAMS, platforma moodle Delta PK

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	36
Konsultacje przedmiotowe	10
Egzaminy i zaliczenia w sesji	0
zaliczenie	10
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	16
Opracowanie wyników	16
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	17
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	105
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	4.00

9 SPOSOBY OCENY

Z uwagi na małe możliwości czasowe, 18 godzin ćwiczeń, kolokwia odbędą się natychmiastowo po zakończeniu każdego działu. Student powinien spodziewać się ewaluacji po każdym dziale.

OCENA FORMUJĄCA**F1** Kolokwium zliczanie**F2** Kolokwium grafy**F3** Kolokwium teoria liczb**F4** Kolokwium kryptografia**F5** Aktywność na zajęciach**F6** Prace domowe**OCENA PODSUMOWUJĄCA****P1** Średnia ważona ocen formujących oraz oceny z egzaminu.**WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU****W1** minimum 50% punktów możliwych do zdobycia na ćwiczeniach i na egzaminie**OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA****B1** Prace domowe**KRYTERIA OCENY**

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student zna mniej niż 50% opanowanego materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student zna wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student zna wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student zna wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student zna wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student zna wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student zna mniej niż 50% opanowanego materiału.

NA OCENĘ 3.0	Student zna wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student zna wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student zna wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student zna wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student zna wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia warunków na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia warunków na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.

NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać wzory i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi formułować poprawne krótkie precyzyjne i jasne pytania ustne dotyczące rozważanych problemów.
NA OCENĘ 3.5	Student spełnia kryterium na ocenę 3 i potrafi formułować poprawne krótkie precyzyjne i jasne wypowiedzi ustne zawierające rozumowania i rozwiązania przykładowych problemów.
NA OCENĘ 4.0	Student spełnia kryterium na ocenę 3.5 i uczestniczy w dyskusjach nad omawianymi problemami.
NA OCENĘ 4.5	Student spełnia kryterium na ocenę 4 i potrafi formułować ściśle i zrozumiałe dla innych dłuższe wypowiedzi ustne dotyczące rozważanych problemów i potrafi przekazywać swoje pomysły.
NA OCENĘ 5.0	Student spełnia kryterium na ocenę 4.5 oraz jest bardzo aktywny podczas zajęć, potrafi przedstawić dłuższe rozumowanie i ma nieszablonowe pomysły dotyczące omawianych problemów.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	I1_W01	Cel 1 Cel 2	W1 W2 W3 W4 W7 W8 W9 W10 W11 W12 C1 C2 C3 C4 C5 C6	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 F4 F5 F6 P1

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK2	I1_U06b	Cel 1 Cel 2	W1 W2 W3 W4 W7 W8 W9 W10 W11 W12 C1 C2 C3 C4 C5 C6	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 F4 F5 F6 P1
EK3	I1_W01	Cel 1 Cel 2	W1 W2 W3 W4 W7 W8 W9 W10 W11 W12 C1 C2 C3 C4 C5 C6	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 F4 F5 F6 P1
EK4	I1_U06b	Cel 1 Cel 2	W1 W2 W3 W4 W7 W8 W9 W10 W11 W12 C1 C2 C3 C4 C5 C6	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 F4 F5 F6 P1
EK5	I1_K01 I1_K02 I1_K03 I1_K04 I1_K05 I1_K06	Cel 1 Cel 2	W1 W2 W3 W4 W7 W8 W9 W10 W11 W12 C1 C2 C3 C4 C5 C6	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 F4 F5 F6 P1

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | **W. Marek, J. Onyszkiewicz** — *Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach*, Warszawa, 2005, PWN
- [2] | **K. Ross, Ch. Wright** — *Matematyka dyskretna*, Warszawa, 1996, PWN
- [3] | **R. Wilson** — *Wprowadzenie do teorii grafów*, Warszawa, 2000, PWN

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | **Marek Zakrzewski** — *Markowe Wykłady z Matematyki, teoria liczb; matematyka dyskretna*, Wrocław, 2017, GiS

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Grzegorz Gancarzewicz (kontakt: grzegorz.gancarzewicz@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

- 1 dr Grzegorz Gancarzewicz (kontakt: gancarz@pk.edu.pl)



13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....