

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2023/2024

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne, Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Rachunek prawdopodobieństwa II
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Probability 2
KOD PRZEDMIOTU	WiT M oIS C13 23/24
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	5.00
SEMESTRY	5

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
5	30	30	0	0	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z bardziej zaawansowanymi zagadnieniami rachunku prawdopodobieństwa.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Rachunek prawdopodobieństwa I

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Umiejętności Student umie posługiwać się wektorami losowymi, umie wyznaczać ich parametry oraz rozkłady funkcji wektorów losowych, zna zastosowania praktyczne podstawowych rozkładów

EK2 Umiejętności Student umie stosować centralne twierdzenia graniczne oraz prawa wielkich liczb

EK3 Umiejętności Student umie posługiwać się funkcjami charakterystycznymi rozkładów

EK4 Wiedza Student zna podstawowe definicje, twierdzenia z zakresu treści programowych przedmiotu

EK5 Kompetencje społeczne Student dostrzega ograniczenia własnej wiedzy, rozumie potrzebę dalszego kształcenia oraz potrzebę dzielenia się wiedzą

6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Prawa wielkich liczb. Zbieżności zmiennych losowych. Słabe prawo wielkich liczb, nierówność Kołmogorowa, mocne prawo wielkich liczb, zbieżność stochastyczna, zbieżność prawie na pewno, zbieżność wg p-tego momentu, zależności między zbieżnościami. Słaba zbieżność. Warunki równoważne słabej zbieżności, zbieżność ciągu dystrybuant, twierdzenia Helly'ego.	10
W2	Twierdzenie Prochorowa. Rodzina ciasna, rodzina względnie zwarta, tw. Prochorowa. Funkcje charakterystyczne. Definicja, własności, funkcje tworzące, tw. o jednoznaczności, tw. o wyznaczaniu momentów, zależność dystrybuanty od funkcji charakterystycznej, funkcje charakterystyczne poznanych rozkładów, tw. Levy'ego.	5
W3	Centralne twierdzenia graniczne. Warunki, przy których spełniony jest warunek Lindeberga, tw. Lindeberga-Levy'ego, tw. Moivre'a-Laplace'a, dowód CTG.	10
W4	Warunkowa wartość oczekiwana. Warunkowa przestrzeń probabilistyczna, warunkowa wartość oczekiwana względem rozbitcia przeliczalnego, względem sigma-algebry, własności warunkowej wartości oczekiwanej, rozkłady warunkowe, uogólniony wzór Bayesa.	5

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Funkcje zmiennych losowych, wyznaczanie rozkładów.	5

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C2	Wektory losowe, n-wymiarowy rozkład normalny, wyznaczanie rozkładów brzegowych, badanie niezależności zmiennych losowych, funkcje wektorów losowych, wyznaczanie splotów.	5
C3	Obliczanie funkcji charakterystycznych zmiennych losowych, wyznaczanie rozkładu, gdy zadana jest funkcja charakterystyczna.	5
C4	Zastosowania nierówności: Markowa, Czebyszewa, Schwartza.	5
C5	Zastosowania twierdzeń: Poissona, Moivre'a-Laplace'a, Lindeberga-Levy'ego.	5
C6	Wyznaczanie warunkowej wartości oczekiwanej, badanie jej własności.	5

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady (w sytuacji zdalnego nauczania wykłady prowadzone są za pośrednictwem MS Teams)

N2 Ćwiczenia laboratoryjne (w sytuacji zdalnego nauczania ćwiczenia prowadzone są za pośrednictwem MS Teams)

N3 E-learning (platforma Delta, Teams)

N4 Konsultacje

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	25
Egzaminy i zaliczenia w sesji	5
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	30
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
samodzielne rozwiązywanie zadań	30
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	150
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	5.00

9 SPOSOBY OCENY

OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium (w sytuacji zdalnego nauczania za pośrednictwem platformy e-learningowej oraz MS Teams)

F2 Test z teorii (na platformie Delta)

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Zaliczenie ćwiczeń

P2 Egzamin pisemny

P3 Egzamin ustny

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Obecność na ćwiczeniach obowiązkowa (dopuszczalna jedna nieobecność). Przewidziane są dwa/trzy kolokwia w trakcie semestru. Za aktywność na ćwiczeniach można uzyskać dodatkowe punkty. Studenci, którzy za wszystkie kolokwia i aktywność uzyskają sumę punktów mniejszą od połowy sumy punktów za wszystkie kolokwia, przed przystąpieniem do egzaminu, zobowiązani są napisać kolokwium poprawkowe. Studenci, którzy za wszystkie kolokwia i aktywność uzyskają więcej niż 90% sumy punktów za kolokwia są zwolnieni z egzaminu pisemnego.

W2 Zaliczenie testu z teorii (w dowolnej liczbie podejść) jest obowiązkowe w ramach samodzielnej pracy studenta. Ocena nie jest wliczana do średniej.

W3 Egzamin składa się z części pisemnej z zadań i egzaminu z teorii. Wymagane jest zaliczenie obu części egzaminu.

W4 Ocena końcowa jest średnią ważoną ocen P1 (0.3), P2 (0.1) i P3 (0.6), przy czym na ocenę co najmniej 4.0 wymagane jest uzyskanie oceny P1 lub P2 co najmniej 4.0 oraz oceny P3 co najmniej 4.0.

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0
NA OCENĘ 3.0	Student umie posługiwać się wektorami losowymi, umie wyznaczać ich parametry oraz rozkłady funkcji wektorów losowych, uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie posługiwać się wektorami losowymi, umie wyznaczać ich parametry oraz rozkłady funkcji wektorów losowych, uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie posługiwać się wektorami losowymi, umie wyznaczać ich parametry oraz rozkłady funkcji wektorów losowych, uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie posługiwać się wektorami losowymi, umie wyznaczać ich parametry oraz rozkłady funkcji wektorów losowych, uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie posługiwać się wektorami losowymi, umie wyznaczać ich parametry oraz rozkłady funkcji wektorów losowych, zna zastosowania praktyczne podstawowych rozkładów, uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0
NA OCENĘ 3.0	Student umie stosować centralne twierdzenia graniczne oraz prawa wielkich liczb, uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie stosować centralne twierdzenia graniczne oraz prawa wielkich liczb, uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie stosować centralne twierdzenia graniczne oraz prawa wielkich liczb, uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie stosować centralne twierdzenia graniczne oraz prawa wielkich liczb, uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie stosować centralne twierdzenia graniczne oraz prawa wielkich liczb, uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0
NA OCENĘ 3.0	Student umie posługiwać się funkcjami charakterystycznymi, uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.

NA OCENĘ 3.5	Student umie posługiwać się funkcjami charakterystycznymi, uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie posługiwać się funkcjami charakterystycznymi, uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie posługiwać się funkcjami charakterystycznymi, uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie posługiwać się funkcjami charakterystycznymi, uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0
NA OCENĘ 3.0	Student umie wypowiedzieć definicje i najważniejsze twierdzenia z zakresu przedstawionego na wykładach materiału, zna najprostsze dowody (na podstawie odpowiedzi na trzy zagadnienia z podanej wcześniej listy).
NA OCENĘ 3.5	Student umie wypowiedzieć definicje i twierdzenia z zakresu przedstawionego na wykładach materiału, zna najprostsze dowody i rozumowania.
NA OCENĘ 4.0	Jak na ocenę 3.5. Dodatkowo: Student umie przeprowadzić przynajmniej jeden dowód lub rozumowanie, w jednym z trzech ocenianych zagadnień.
NA OCENĘ 4.5	Jak na ocenę 4.0. Dodatkowo: Student umie przeprowadzić przynajmniej dwa dowody lub rozumowania, z zakresu ocenianych zagadnień.
NA OCENĘ 5.0	Jak na ocenę 4.5. Dodatkowo: Student umie dowodzić twierdzenia przedstawione na wykładach, cytować narzędzia z innych działów matematyki stosowane w powyższych rozumowaniach.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0
NA OCENĘ 3.0	Student rozumiejąc potrzebę kształcenia uczęszcza regularnie na ćwiczenia.
NA OCENĘ 3.5	Jak na ocenę 3.0. Ponadto, rozwiązuje zadania domowe, korzysta z materiałów dostępnych na platformie e-learningowej.
NA OCENĘ 4.0	Jak na ocenę 3.5, dodatkowo, chętnie prezentuje rozwiązania zadań i problemów na ćwiczeniach.
NA OCENĘ 4.5	Jak na ocenę 4.0, na zajęciach lub podczas konsultacji, zadaje pytania o charakterze merytorycznym.
NA OCENĘ 5.0	Jak na ocenę 4.5. Ponadto, potrafi prowadzić nieformalną rozmowę o zagadnieniach merytorycznych związanych z przedmiotem, poszukuje odpowiedzi na pytania w literaturze przedmiotu.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_U32	Cel 1	W1 C1 C2	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK2	K_U32	Cel 1	W1 W3 C4 C5	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK3	K_U32	Cel 1	W2 C3	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK4	K_W04 K_W05	Cel 1	W1 W2 W3 W4 C6	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK5	K_K01 K_K02	Cel 1	W1 W2 W3 W4 C1 C2 C3 C4 C5 C6	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | J. Jakubowski, R. Sztencel — *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, Warszawa, 2001, Script
- [2] | M. Wiciak — *Elementy probabilistyki w zadaniach*, Kraków, 2008, , Wydawnictwo PK

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | P. Billingsley — *Prawdopodobieństwo i miara*, Warszawa, 1987, PWN
- [2] | W. Feller — *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*, Warszawa, 1977, PWN
- [3] | J. Stojanow — *Zbiór zadań z rachunku prawdopodobieństwa*, Warszawa, 1982, PWN

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Margareta Wiciak (kontakt: mwiciak@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

- 1 dr Margareta Wiciak (kontakt: mwiciak@pk.edu.pl)
- 3 dr Jan Pudelko (kontakt: jpudelko@pk.edu.pl)
- 4 dr Krzysztof WESOŁOWSKI (kontakt: kwesolowski@pk.edu.pl)
- 5 mgr Ewelina Mulawa (kontakt: ewelina.mulawa@pk.edu.pl)



13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....
.....
.....
.....