

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2023/2024

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne, Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Algebra
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Algebra
KOD PRZEDMIOTU	WiT M oIS C15 23/24
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	5.00
SEMESTRY	3

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
3	30	30	0	0	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami, twierdzeniami i przykładami współczesnej algebry abstrakcyjnej w tym teorii grup, teorii pierścieni oraz teorii ciał.

Cel 2 Wyposażenie studentów w wiadomości, umiejętności i intuicje z zakresu podstaw algebry abstrakcyjnej w celu dalszego studiowania Matematyki.

Cel 3 Rozwinięcie u studentów umiejętności redagowania tekstów matematycznych oraz jasnego, poprawnego i precyzyjnego mówienia o zagadnieniach matematycznych.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie przedmiotu Algebra Liniowa i Geometria Analityczna I.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia i zagadnienia algebry abstrakcyjnej, potrafi rozwiązać standardowy problem stosujący się do podstawowych pojęć algebry abstrakcyjnej i opierający się na podstawowych zagadnieniach algebry abstrakcyjnej

EK2 Umiejętności Student potrafi nie tylko prawidłowo sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia algebry abstrakcyjnej, lecz również zilustrować go podebranymi przykładami

EK3 Wiedza Student nie tylko zna podstawowe pojęcia i zagadnienia współczesnej algebry abstrakcyjnej, lecz również może budować dowody twierdzeń opierających się na podstawowych faktach z teorii oraz przykłady zarówno ilustrujące pojęcia algebry abstrakcyjnej, jak i pozwalające obalić błędne hipotezy lub nieuprawnione rozumowania

EK4 Kompetencje społeczne Student potrafi samodzielnie wyszukiwać materiał w literaturze, także w językach obcych, oraz formułować opinie na temat podstawowych zagadnień z algebry abstrakcyjnej

EK5 Umiejętności Student poprawnie i komunikatywnie przedstawia w mowie i na piśmie (w języku polskim) niezbyt trudne zagadnienia i rozumowania matematyczne.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Wstęp: badanie własności relacji, konstruowanie zbiorów ilorazowych	2
C2	Teoria grup: rozpoznawanie grup, podgrup, podgrup normalnych. Rozpoznawanie homomorfizmów, izomorfizmów grup, wyznaczenie rzędu grupy, rzędu elementu w grupie, badanie struktury grupy (czy jest cykliczną, czy jest sumą prostą), rozpoznawanie grup ilorazowych, badanie własności działania grupy na zbiorze, własności grup prostych, rozwiązalnych i nilpotentnych	12
C3	Teoria pierścieni: rozpoznawanie pierścieni, podpierścieni, ciał, podciał, ideałów jednostronnych i obustronnych, rozpoznawanie homomorfizmów i izomorfizmów pierścieni, badanie własności pierścieni, rozpoznawanie ideałów pierwszych i maksymalnych	8
C4	Teoria podzielności w dziedzinach całkowitości: znajdowanie elementów odwracalnych, nierozkładalnych, rozkładalnych, pierwszych, rozpoznawanie pierścieni euklidesowych i faktorialnych	4
C5	Teoria ciał: rozpoznawanie homomorfizmów i izomorfizmów ciał, wyznaczenie wielomianu minimalnego elementu algebraicznego i stopnia rozszerzenia, budowanie ciała rozkładu wielomianu	4

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Wstęp: relacja równoważności, zbiory ilorazowe (zbiór reszt modulo n , liczby wymierne), odwzorowania, działania algebraiczne, grupa reszt modulo n	2
W2	Teoria grup: podgrupy, warstwy, indeks podgrupy, twierdzenie Lagrange'a dla grup skończonych, podgrupy normalne, grupy ilorazowe, homomorfizmy i izomorfizmy grup, twierdzenie Cayleya, grupy cykliczne i ich podgrupy, izomorficzna klasyfikacja grup cyklicznych, grupy przekształceń, twierdzenia o izomorfizmach grup, produkty i sumy proste grup, działania grupy na zbiorze, grupy proste, grupy rozwiązalne, grupy nilpotentne, struktura skończenie generowanych grup abelowych	10
W3	Teoria pierścieni: podpierścienie, ideały jednostronne i obustronne, podciała, kryteria, charakterystyka, dzielniki zera, elementy odwracalne i elementy nilpotentne, pierścień klas reszt Z_n modulo n , homomorfizmy i izomorfizmy pierścieni, ideały pierwsze i maksymalne, ciało klas reszt Z_p , ciała ułamków, chińskie twierdzenie o resztach	8
W4	Teoria podzielności w dziedzinach całkowitości: relacja podzielności i stowarzyszenia, elementy rozkładalne i nierozkładalne, elementy pierwsze, NWD, NWW, pierścienie ideałów głównych, pierścienie euklidesowe, pierścienie faktorialne	4
W5	Teoria ciał: rozszerzenie ciał, stopień rozszerzenia, element algebraiczny i jego wielomian minimalny, element transcendentny, rozszerzenie ciał proste, rozszerzenie ciał skończone, element pierwotny, twierdzenie Kroneckera-Artina, ciało rozkładu wielomianu, ciała skończone, liczby algebraiczne i transcendentne, ciało liczb algebraicznych, domknięcie algebraiczne, ciało algebraicznie domknięte, zasadnicze twierdzenie algebry	6

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

- N1** Wykłady (w razie konieczności prowadzone w formie zdalnej w trybie synchronicznym z wykorzystaniem platformy np. MS Teams).
- N2** Zadania tablicowe (w razie konieczności rozwiązywane i omawiane za pośrednictwem narzędzi do uczenia na odległość).
- N3** Dyskusja (w razie konieczności prowadzona w formie telekonferencji z użyciem MSTeams).
- N4** E-kurs na platformie Delta.
- N5** Konsultacje (w razie konieczności prowadzone w formie zdalnej).

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	14
Egzaminy i zaliczenia w sesji	6
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	70
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	150
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	5.00

9 SPOSOBY OCENY

W razie konieczności zarówno bieżące sprawdziany, jak i test egzaminacyjny mogą odbywać się za pośrednictwem platformy e-learningowej. Egzamin ustny może zostać przeprowadzony w formie telekonferencji.

OCENA FORMUJĄCA

F1 Krótkie sprawdziany pisemne. (Jeśli zaistnieje taka potrzeba, to dłuższe kolokwium.)

F2 Aktywność na ćwiczeniach.

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin pisemny.

P2 Egzamin ustny z teorii.

P3 Ocena z ćwiczeń.

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Spełnienie warunku obecności na zajęciach: obecność na ćwiczeniach jest obowiązkowa. Dopuszczalne są dwie nieobecności nieusprawiedliwione.

W2 Do egzaminu mogą przystąpić tylko studenci, którzy uzyskali zaliczenie ćwiczeń.

W3 Warunkiem zaliczenia ćwiczeń jest przystąpienie do wszystkich sprawdzianów i uzyskanie na nich więcej niż połowy maksymalnej sumarycznej liczby punktów. (Merytoryczna aktywność na ćwiczeniach może skutkować podniesieniem oceny z zaliczenia.)

- W4** Warunkiem zaliczenia egzaminu pisemnego jest uzyskanie więcej niż połowy maksymalnej liczby punktów. Do egzaminu ustnego przystępują tylko studenci, którzy zaliczyli egzamin pisemny.
- W5** Warunkiem koniecznym i wystarczającym otrzymania pozytywnej oceny końcowej z przedmiotu (wpisanej do dokumentacji przebiegu studiów) jest uzyskanie po przejściu egzaminu ustnego pozytywnych ocen za wszystkie efekty kształcenia.
- W6** Ocena końcowa jest średnią ocen P1, P2 i P3

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3,0
NA OCENĘ 3.0	Student zna podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii grup)
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi nie tylko prawidłowo sformułować podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii grup), lecz również zilustrować ich pewnymi przykładami
NA OCENĘ 4.0	Student objaśnia podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii grup), formuluje i udowadnia podstawowe twierdzenia oraz rozwiązuje standardowe zadania
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi nie tylko wyjaśnić podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii grup), sformułować i udowodnić podstawowe twierdzenia, lecz stosować ich do rozwiązywania zadań teoretycznego i praktycznego charakteru
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi nie tylko wyjaśnić podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii grup), sformułować i udowodnić podstawowe twierdzenia, lecz stosować ich do rozwiązywania praktycznych i teoretycznych zadań niestandardowego charakteru
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3,0
NA OCENĘ 3.0	Student zna podstawowe pojęcia i potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i pisemnie, przedstawić poprawne rozumowania z algebry abstrakcyjnej (teorii grup), formułując definicje i twierdzenia
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi nie tylko podstawowe pojęcia i potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i pisemnie, przedstawić poprawne rozumowania z algebry abstrakcyjnej (teorii grup), formułując definicje i twierdzenia, lecz również prowadzi łatwe i średnio trudne dowody z algebry abstrakcyjnej, ilustruje ich pewnymi przykładami
NA OCENĘ 4.0	Student objaśnia podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii grup) i potrafi ich zastosować, formuluje i udowadnia podstawowe twierdzenia oraz rozwiązuje standardowe ćwiczenia
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi nie tylko wyjaśnić podstawowe pojęcia abstrakcyjnej (teorii grup), sformułować i udowodnić podstawowe twierdzenia, lecz stosować ich do rozwiązywania ćwiczeń

NA OCENĘ 5.0	Student potrafi nie tylko objaśnić podstawowe pojęcia abstrakcyjnej (teorii grup), sformułować i udowodnić podstawowe twierdzenia, lecz stosować ich do rozwiązywania praktycznych
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3,0
NA OCENĘ 3.0	Student zna podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii pierścieni, teorii podzielności w dziedzinach całkowitości, teorii ciał)
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi nie tylko prawidłowo sformułować podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii pierścieni, teorii podzielności w dziedzinach całkowitości, teorii ciał), lecz również zilustrować ich pewnymi przykładami
NA OCENĘ 4.0	Student objaśnia podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii pierścieni, teorii podzielności w dziedzinach całkowitości, teorii ciał), formuluje i udowadnia podstawowe twierdzenia oraz rozwiązuje standardowe zadania teoretycznego i praktycznego charakteru
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi nie tylko objaśnić podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii pierścieni, teorii podzielności w dziedzinach całkowitości, teorii ciał), sformułować i udowodnić podstawowe twierdzenia, lecz stosować ich do rozwiązywania różnych zadań
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi nie tylko objaśnić podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii pierścieni, teorii podzielności w dziedzinach całkowitości, teorii ciał), sformułować i udowodnić podstawowe twierdzenia, lecz stosować ich do rozwiązywania praktycznych i teoretycznych zadań standardowego i niestandardowego charakteru
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3,0
NA OCENĘ 3.0	Student zna podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej, potrafi ich zastosować, potrafi samodzielnie wyszukać informacje w literaturze, w językach obcych i potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień algebry abstrakcyjnej
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi nie tylko prawidłowo sformułować podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej, lecz również zilustrować ich pewnymi przykładami, potrafi samodzielnie wyszukać informacje w literaturze, w językach obcych i potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień algebry abstrakcyjnej
NA OCENĘ 4.0	Student objaśnia podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej, potrafi ich zastosować, formuluje i udowadnia podstawowe twierdzenia oraz rozwiązuje standardowe ćwiczenia, potrafi samodzielnie wyszukać informacje w literaturze, w językach obcych i potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień algebry abstrakcyjnej

NA OCENĘ 4.5	Student potrafi nie tylko objaśnić podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej, sformułować i udowodnić podstawowe twierdzenia, lecz stosować ich do rozwiązywania ćwiczeń, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, w językach obcych i potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień algebry abstrakcyjnej
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi nie tylko objaśnić podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej, sformułować i udowodnić podstawowe twierdzenia, lecz stosować ich do rozwiązywania praktycznych, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, w językach obcych i nie potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień algebry abstrakcyjnej, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, w językach obcych i potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień algebry abstrakcyjnej
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi sformułować zrozumiałej wypowiedzi ani zredagować poprawnego tekstu matematycznego
NA OCENĘ 3.0	Student poprawnie redaguje rozwiązania prostych zadań na sprawdzianach. Potrafi zrozumiale komentować swoje poczynania przy tablicy. Podaje na egzaminie ustnym formalnie poprawne wypowiedzi definicji i twierdzeń.
NA OCENĘ 3.5	Student poprawnie redaguje rozwiązania zadań na sprawdzianach. Potrafi klarownie zaprezentować przy tablicy rozwiązanie niezbyt trudnego zadania. Podaje poprawne i jasne wypowiedzi definicji i twierdzeń na egzaminie ustnym.
NA OCENĘ 4.0	Student poprawnie i klarownie redaguje rozwiązania zadań na sprawdzianach. Potrafi dokładnie omówić rozwiązanie zadania tablicowego". Na egzaminie ustnym podaje poprawne i jasne wypowiedzi definicji i twierdzeń oraz przedstawia we właściwy sposób proste rozumowania dowodowe.
NA OCENĘ 4.5	Student poprawnie i jasno redaguje rozwiązania zadań na sprawdzianach. Potrafi dokładnie i klarownie omówić rozwiązanie zadania tablicowego". Na egzaminie ustnym podaje poprawne i jasne wypowiedzi definicji i twierdzeń oraz we właściwy sposób referuje rozumowania dowodowe o średnim stopniu skomplikowania.
NA OCENĘ 5.0	Student poprawnie i jasno redaguje rozwiązania zadań na sprawdzianach. Potrafi dokładnie i klarownie omówić rozwiązanie zadania tablicowego". Na egzaminie ustnym podaje poprawne i jasne wypowiedzi definicji i twierdzeń oraz referuje we właściwy sposób skomplikowane rozumowania dowodowe.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSODY OCENY
EK1	K_W01 K_W02 K_W04 K_W05	Cel 1	C1 C2 W1 W2	N1 N2 N3 N4	F1 P1 P2 P3
EK2	K_U01 K_U05 K_U16	Cel 1	C3 W3	N1 N2 N3 N4	F1 P1 P2 P3
EK3	K_W01 K_W02	Cel 1	C4 W4	N1 N2 N3 N4	F1 P1 P2 P3
EK4	K_K01 K_K02 K_K06	Cel 1	C5 W5	N1 N2 N3 N4	F1 P1 P2 P3
EK5	K_U01 K_U02 K_U35	Cel 2 Cel 3	C1 C2 C3 C4 C5 W1 W2 W3 W4 W5	N2 N3 N4 N5	F1 F2 P1 P2 P3

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] **A.I. Kostrikin** — *Algebra (cz 1, 3)*, Warszawa, 2005, PWN
- [2] **O. Artemowicz, A. Piękosz** — *Algebra*, Kraków, 2010, PK
- [3] **J. Rutkowski** — *Algebra abstrakcyjna w zadaniach*, Warszawa, 2001, PWN
- [4] **W. Więśław** — *Grupy, pierścienie, ciała*, Wrocław, 1979, UW
- [5] **M. Bryński, J. Jurkiewicz** — *Zbiór zadań z algebry*, Warszawa, 1975, PWN

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] **A. Białynicki-Birula** — *Algebra*, Warszawa, 1971, PWN
- [2] **Cz. Bagiński** — *Wstęp do teorii grup*, Warszawa, 2001, Skrypt
- [3] **J. Gancarzewicz** — *Arytmetyka*, Kraków, 2002, UJ
- [4] **J. Browkin** — *Teoria ciał*, Warszawa, 1978, PWN
- [5] **W.J. Gilbert, W.K. Nicolson** — *Algebra współczesna z zastosowaniami*, Warszawa, 2008, PWN
- [6] **K. Szymiczek** — *Zbiór zadań z teorii grup*, Warszawa, 1989, PWN
- [7] **J. J. Rotman** — *Advanced Modern Algebra*, , 2002, Prentice Hall

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Kamil Kular (kontakt: kamil.kular@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Kamil Kular (kontakt: kamil.kular@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....