

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2021/2022

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Analiza zespolona
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Complex analysis
KOD PRZEDMIOTU	WiT M oIIS C2 21/22
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	7.00
SEMESTRY	3

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
3	30	30	0	0	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Zaznajomienie studentów w teorii i praktyce z podstawami analizy zespolonej jednej zmiennej, w szczególności z teorią funkcji holomorficznymi, meromorficznymi i harmonicznymi i ich podstawowymi własnościami.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

- 1 Analiza matematyczna.
- 2 Teoria mnogości.
- 3 Topologia.
- 4 Algebra.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Zna i rozumie podstawowe w analizie zespolonej jednej zmiennej definicje oraz twierdzenia i ich dowody.

**EK2 Wiedza** Zna zastosowania wybranych twierdzeń i metod z analizy zespolonej w innych dziedzinach matematyki.

**EK3 Umiejętności** Umie wskazać przykłady definiowanych obiektów, potrafi uzasadnić konieczność pewnych założeń w twierdzeniach przez dobór kontrprzykładów.

**EK4 Umiejętności** Umie zastosować poznaną teorię przy rozwiązywaniu zadań o różnym poziomie trudności.

**EK5 Umiejętności** Potrafi samodzielnie przeprowadzić dowód prostych twierdzeń w oparciu o poznaną teorię.

**EK6 Kompetencje społeczne** Rozpoznaje ograniczenia własnej wiedzy i precyzyjnie formułuje pytania dotyczące danego tematu.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W1</b>	Liczby zespolone. Podstawowe funkcje zespolone. Ciągi i szeregi liczbowe.	2
<b>W2</b>	Różniczkowalność funkcji zespolonych. Podstawowe własności funkcji holomorficzných.	2
<b>W3</b>	Całkowanie funkcji zespolonych. Twierdzenie całkowe Cauchy'ego. Wzór całkowy Cauchy'ego.	6
<b>W4</b>	Szeregi potęgowe. Szeregi Taylora funkcji holomorficzných.	2
<b>W5</b>	Dalsze własności funkcji holomorficzných. Zasada maksimum. Zasada identyczności. Twierdzenie Morery. Twierdzenie Liouville'a. Twierdzenie Weierstrassa.	6
<b>W6</b>	Osobliwości funkcji holomorficzných. Szeregi Laurenta.	2
<b>W7</b>	Twierdzenie o residuach. Zastosowanie do obliczania całek rzeczywistych.	4
<b>W8</b>	Funkcje meromorficzne. Lokalizacja zer funkcji holomorficzných. Twierdzenie Rouché'go.	2

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W9</b>	Funkcje harmoniczne. Wzór Poissona.	2
<b>W10</b>	Odwzorowania konforemne. Automorfizmy. Lemat Schwarzera.	2

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>C1</b>	Własności liczb zespolonych. Rozwiązywanie równań, nierówności. Obliczanie granic ciągów liczbowych, badanie zbieżności szeregów.	4
<b>C2</b>	Badanie własności podstawowych funkcji zespolonych: exp, sin, cos, sinh, cosh, Arg, Log.	2
<b>C3</b>	Badanie różniczkowalności funkcji zespolonych. Wykorzystanie równań Cauchy'ego - Riemanna w zadaniach teoretycznych.	2
<b>C4</b>	Obliczanie całek z funkcji zespolonych z definicji i z wykorzystaniem funkcji pierwotnej. Zastosowanie wzoru całkowego Cauchy'ego do obliczania pewnych typów całek.	2
<b>C5</b>	Obliczanie supremum i infimum funkcji zmiennej zespolonej na danym obszarze. Wykorzystanie zasady maksimum, zasady identyczności i innych własności funkcji holomorficzných w zadaniach teoretycznych.	4
<b>C6</b>	Badanie zbieżności szeregów potęgowych. Wyznaczanie promienia zbieżności. Rozwijanie funkcji w szereg Taylora - metody.	2
<b>C7</b>	Badanie osobliwości izolowanych funkcji holomorficzných.	2
<b>C8</b>	Rozwijanie funkcji w szereg Laurenta na pierścieniach. Określanie typu osobliwości izolowanej na podstawie postaci szeregu Laurenta w odpowiednim pierścieniu. Obliczanie residuum.	2
<b>C9</b>	Zastosowanie twierdzenia o residuach do obliczania całek z funkcji zespolonych.	2
<b>C10</b>	Zastosowania twierdzenia o residuach do obliczania pewnych typów całek z funkcji rzeczywistych.	2
<b>C11</b>	Obliczanie pewnych całek zespolonych z wykorzystaniem zasady argumentu. Obliczanie liczby pierwiastków wielomianu leżących w zadanym obszarze.	2
<b>C12</b>	Konstruowanie automorfizmów o zadanych własnościach. Wykorzystanie lematu Schwarzera i lematu Schwarzera-Picka w zadaniach teoretycznych.	2
<b>C13</b>	Funkcje harmoniczne. Konstruowanie przykładów i badanie własności.	2

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Konsultacje

N4 E-kurs

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	45
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	45
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
Studiowanie materiałów i rozwiązywanie zadań z e-kursu	50
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>210</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	7.00

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

F2 Aktywność

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin ustny

P2 Egzamin pisemny

P3 Zaliczenie z ćwiczeń

**WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU**

- W1** Warunkiem otrzymania pozytywnej oceny z ćwiczeń jest zdobycie minimum 50% punktów możliwych do zdobycia ze wszystkich kolokwii łącznie.
- W2** Do egzaminu mogą przystąpić wyłącznie osoby mające pozytywną ocenę z ćwiczeń.
- W3** Warunkiem uzyskania oceny pozytywnej z egzaminu pisemnego jest zdobycie co najmniej 50% punktów możliwych do uzyskania.
- W4** Do egzaminu ustnego mogą przystąpić wyłącznie studenci, którzy otrzymali pozytywną ocenę z egzaminu pisemnego.
- W5** Ocena końcowa z przedmiotu jest średnią ważoną ocen podsumowujących pod warunkiem, że wszystkie te oceny są pozytywne.

**OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA**

- B1** Ocena aktywności przy rozwiązywaniu zadań udostępnionych na e-kursie

**KRYTERIA OCENY**

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi podać poprawny dowód dla jednego z trzech wskazanych twierdzeń oraz definicję i przykład wszystkich obiektów występujących w tym twierdzeniu.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi podać poprawny dowód dla dwóch z trzech wskazanych twierdzeń oraz definicję i przykład wszystkich obiektów występujących w tych twierdzeniach. Potrafi uzupełnić niektóre luki w rozumowaniach w przedstawionych dowodach.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi podać poprawny dowód dla dwóch z trzech wskazanych twierdzeń oraz definicję i przykład wszystkich obiektów występujących w tych twierdzeniach. Potrafi uzupełnić ewentualne luki w rozumowaniach w przedstawionych dowodach i podać jeden kontrprzykład obrazujący konieczność wybranego założenia.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi podać dowody trzech wskazanych twierdzeń, zna definicje występujących obiektów wraz z przykładami, potrafi podać kontrprzykłady do występujących w twierdzeniach założeń. Potrafi uzupełnić większość luk w rozumowaniach w przedstawionych dowodach.
NA OCENĘ 5.0	Student biegle przedstawia dowody trzech wskazanych twierdzeń uzupełniając brakujące fragmenty rozumowania, zna definicje występujących obiektów wraz z przykładami, potrafi podać kontrprzykłady do występujących w twierdzeniach założeń.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi podać jedno twierdzenie lub metodę, która ma zastosowanie w innych dziedzinach matematyki.

NA OCENĘ 3.5	Student potrafi podać jedno twierdzenie lub metodę, która ma zastosowanie w innych dziedzinach matematyki, z pomocą prowadzącego jest w stanie podać przykład zastosowania.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi podać jedno twierdzenie lub metodę, która ma zastosowanie w innych dziedzinach matematyki wraz z przykładem.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi podać jedno twierdzenie lub metodę, która ma zastosowanie w innych dziedzinach matematyki i rozwiązać podany przykład z pomocą prowadzącego przedmiot.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi podać jedno twierdzenie lub metodę, która ma zastosowanie w innych dziedzinach matematyki i samodzielnie rozwiązać podany przykład.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi podać poprawny dowód dla jednego z trzech wskazanych twierdzeń oraz definicję i przykład wszystkich obiektów występujących w tym twierdzeniu.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi podać poprawny dowód dla dwóch z trzech wskazanych twierdzeń oraz definicję i przykład wszystkich obiektów występujących w tych twierdzeniach. Potrafi uzupełnić niektóre luki w rozumowaniach w przedstawionych dowodach.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi podać poprawny dowód dla dwóch z trzech wskazanych twierdzeń oraz definicję i przykład wszystkich obiektów występujących w tych twierdzeniach. Potrafi uzupełnić ewentualne luki w rozumowaniach w przedstawionych dowodach i podać jeden kontrprzykład obrazujący konieczność wybranego założenia.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi podać dowody trzech wskazanych twierdzeń, zna definicje występujących obiektów wraz z przykładami, potrafi podać kontrprzykłady do występujących w twierdzeniach założeń. Potrafi uzupełnić większość luk w rozumowaniach w przedstawionych dowodach.
NA OCENĘ 5.0	Student biegle przedstawia dowody trzech wskazanych twierdzeń uzupełniając brakujące fragmenty rozumowania, zna definicje występujących obiektów wraz z przykładami, potrafi podać kontrprzykłady do występujących w twierdzeniach założeń.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi rozwiązać proste zadania o charakterze obliczeniowym.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi rozwiązać zadania obliczeniowe o różnym poziomie trudności.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi rozwiązać zadania o różnym poziomie trudności, w tym proste zadania teoretyczne.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi rozwiązać zadania o różnym poziomie trudności, w tym bardziej złożone zadania teoretyczne.

NA OCENĘ 5.0	Student potrafi bezbłędnie rozwiązać zadania o różnym poziomie trudności, teoretyczne i obliczeniowe.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi przeprowadzić dowód jednego wybranego wniosku z twierdzenia poznanego na wykładzie i pozostawionego jako ćwiczenie.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi przeprowadzić dowód 2/3 wniosków z twierdzeń poznanych na wykładzie i pozostawionych jako ćwiczenie, z niewielką pomocą prowadzącego
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi przeprowadzić dowód 2/3 wniosków z twierdzeń poznanych na wykładzie i pozostawionych jako ćwiczenie.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi przeprowadzić dowód wszystkich wniosków z twierdzeń poznanych na wykładzie i pozostawionych jako ćwiczenie, z niewielką pomocą prowadzącego.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi przeprowadzić dowód wszystkich wniosków z twierdzeń poznanych na wykładzie i pozostawionych jako ćwiczenie.
EFEKT KSZTAŁCENIA 6	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student przynajmniej raz aktywnie brał udział w zajęciach poprzez merytoryczną dyskusję z prowadzącym i rozwiązywanie zadań na tablicy.
NA OCENĘ 3.5	Student kilka razy aktywnie brał udział w zajęciach poprzez merytoryczną dyskusję z prowadzącym i rozwiązywanie zadań na tablicy.
NA OCENĘ 4.0	Student często aktywnie bierze udział w zajęciach poprzez merytoryczną dyskusję z prowadzącym i rozwiązywanie zadań na tablicy.
NA OCENĘ 4.5	Student bardzo często aktywnie bierze udział w zajęciach poprzez merytoryczną dyskusję z prowadzącym i rozwiązywanie zadań na tablicy.
NA OCENĘ 5.0	Student regularnie aktywnie uczestniczy w zajęciach. Zadaje pytania dotyczące tematu, rozwiązuje przykładowe zadania na tablicy.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓLOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W01 K_W02 K_W05 K_K01	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10	N1 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK2	K_W07	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK3	K_U01 K_U02 K_U05	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK4	K_U02 K_U05	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P2 P3
EK5	K_U01 K_U02 K_U04 K_U05	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK6	K_K02	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13	N2	F2 P1 P3

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] J.B. Conway — *Functions of One Complex Variable*, New York, 1978, Springer
- [2 ] F. Leja — *Funkcje zespolone*, Warszawa, 1977, PWN
- [3 ] W. Rudin — *Analiza rzeczywista i zespolona*, Warszawa, 1986, PWN



**LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA**

- [1 ] **R. Narasimhan** — *Y. Nievergelt*, Boston, 2001, Birkhauser  
[2 ] **A. Ganczar** — *Analiza zespolona w zadaniach*, Warszawa, 2010, PWN  
[3 ] **J. Krzyż** — *Zbiór zadań z funkcji analitycznych*, Warszawa, 1965, PWN

**12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH****OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ**

dr Małgorzata Zajęcka (kontakt: malgorzata.zajECKa@pk.edu.pl)

**OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT**

1 dr Małgorzata Zajęcka (kontakt: malgorzata.zajECKa@pk.edu.pl)

**13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI**

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....