

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2021/2022

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Geometria różniczkowa
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Differential geometry
KOD PRZEDMIOTU	WiIT M oIIS C10 21/22
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	7.00
SEMESTRY	3

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
3	30	30	0	0	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Celem przedmiotu jest wprowadzenie do współczesnej geometrii różniczkowej i w szczególności do współczesnej geometrii riemannowskiej.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Analiza matematyczna, algebra liniowa

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Pojęcie rozmaitości, mapa, atlas, podrozmaitości, odwzorowania gładkie, submersja, immersja, tw. o rzędzie

**EK2 Wiedza** Wiązki wektorowe. Wiązki styczna i kostyczna, pola wektorowe i tensorowe, grupa jednoparametrowa pola wektorowego, formy różniczkowe, różniczka zewnętrzna, pochodna Liego.

**EK3 Wiedza** Koneksja liniowa na wiązce wektorowej. Tensory krzywizny i torsji i ich interpretacja geometryczna, geodezyjne, współrzędne normalne, tożsamości Bianchi.

**EK4 Wiedza** Geometria Riemanna. Przestrzeń Riemanna, koneksja Leviego-Civity, krzywizna sekcyjna, rozmaitości o stałej krzywiznie sekcyjnej, metryka w przestrzeni Riemanna, tw. Hopfa-Rinowa

**EK5 Umiejętności** Obliczanie współczynników Christoffla danej metryki, wyznaczanie krzywizny sekcyjnej, wyznaczanie geodetyk

**EK6 Kompetencje społeczne** Student potrafi pracować w grupie.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W1</b>	Wiadomości wstępne. Pojęcie rozmaitości, mapa, atlas, podrozmaitości, odwzorowania gładkie, submersja, immersja.	4
<b>W2</b>	Wiązki wektorowe. Wiązki styczna i kostyczna, pola wektorowe i tensorowe, grupa jednoparametrowa pola wektorowego, formy różniczkowe, różniczka zewnętrzna, pochodna Liego.	6
<b>W3</b>	Koneksja liniowa na wiązce wektorowej. Tensory krzywizny i torsji i ich interpretacja geometryczna, geodezyjne, współrzędne normalne, tożsamości Bianchi.	8
<b>W4</b>	Geometria Riemanna. Przestrzeń Riemanna, koneksja Leviego-Civity, krzywizna sekcyjna, rozmaitości o stałej krzywiznie sekcyjnej, metryka w przestrzeni Riemanna, tw. Hopfa-Rinowa	12

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>C1</b>	Konstrukcja atlasów na rozmaitościach, obliczanie rzędu odwzorowań gładkich, konstrukcja pod-rozmaitości za pomocą submersji.	4

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>C2</b>	Konstrukcja wiązki stycznej, budowanie przykładów wiązek trywialnych i nietrywialnych, obliczanie grup jednoparametrowych pól wektorowych.	8
<b>C3</b>	Obliczanie współczynników koneksji we współrzędnych lokalnych, obliczanie geodezyjnych we współrzędnych lokalnych.	8
<b>C4</b>	Wyznaczanie koneksji Leviego-Civity dwuwymiarowych przestrzeni o stałej krzywiznie, obliczanie współrzędnych lokalnych tensora krzywizny, obliczanie krzywizny sekcijnej.	10

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Platformy Teams i Elf

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	45
Egzaminy i zaliczenia w sesji	5
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	100
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>210</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	7.00

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

F2 Ćwiczenie praktyczne

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin pisemny

P2 Egzamin ustny

### KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Nie spełnia wymogów na ocenę 3
NA OCENĘ 3.0	student zna definicję różnaitości, atlasu, odwzorowania gładkiego różnaitości, submersji i immersji
NA OCENĘ 3.5	student zna definicję podrozmaitości i tw. o odwzorowaniu o stałym rzędzie
NA OCENĘ 4.0	student zna tw. o podrozmaitości danej jako przeciwobraz punktu przez submersję
NA OCENĘ 4.5	student zna dowód tw. o podrozmaitości danej jako przeciwobraz punktu przez submersję
NA OCENĘ 5.0	Bez błędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Nie spełnia wymogów na ocenę 3
NA OCENĘ 3.0	student zna def. wiązki wektorowej, wiązki stycznej i kostycznej, pola wektorowego i tensorowego, formy różniczkowej, jednoparametrowej pseudogrupy pola wektorowego, definicję przestrzeni tensorowej i jej własności.
NA OCENĘ 3.5	student zna def. pochodnej Liego i pochodnej zewnętrznej form różniczkowych
NA OCENĘ 4.0	student zna własności pochodnej Liego i potrafi ją obliczać, potrafi obliczyć różniczkę zewnętrzną formy różniczkowej
NA OCENĘ 4.5	student zna tw. o charakteryzacji pola tensorowego jako odwzorowania wieloliniowego nad algebrą funkcji gładkich
NA OCENĘ 5.0	Bez błędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Nie spełnia wymogów na ocenę 3

NA OCENĘ 3.0	student zna pojęcie koneksja liniowa na wiązce wektorowej. def. tensory krzywizny i torsji i ich interpretacja geometryczna, geodezyjne, współrzędne normalne, tożsamości Bianchi.
NA OCENĘ 3.5	student zna pojęcie współrzędnych normalnych i tw. o istnieniu geodezyjnie wypukłego otoczenia oraz odwzorowania exp, def. geodezyjnej i jej własności
NA OCENĘ 4.0	student zna pojęcie koneksja liniowa na wiązce wektorowej. def. tensory krzywizny i torsji i ich interpretacja geometryczna, pojęcie przesunięcia równoległego
NA OCENĘ 4.5	Student zna geometryczną interpretację koneksji, tożsamości Bianchi z dowodem
NA OCENĘ 5.0	Bez błędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Nie spełnia wymogów na ocenę 3
NA OCENĘ 3.0	student zna def. Geometrii Riemanna. przestrzeni Riemanna, koneksji Leviiego-Civity, krzywizny sekcijnej, rozmaitości o stałej krzywiznie sekcijnej, metryki w przestrzeni Riemanna,
NA OCENĘ 3.5	student zna tw. o minimalizowaniu odległości przez geodetykę, pojęcie zupełności i tw. Hopfa-Rinowa
NA OCENĘ 4.0	student zna geometryczną interpretację krzywizny sekcijnej,
NA OCENĘ 4.5	student zna lemat Gaussa wraz z dowodem i szkic dowodu tw. Hopfa -Rinowa
NA OCENĘ 5.0	Bez błędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Nie spełnia wymogów na ocenę 3
NA OCENĘ 3.0	student potrafi wyznaczać współczynniki Christophla
NA OCENĘ 3.5	student potrafi wyznaczać współrzędnei tensora krzywizny
NA OCENĘ 4.0	Student wyznacza równanie geodetyk
NA OCENĘ 4.5	Student wyznacza krzywiznę sekcijną
NA OCENĘ 5.0	Bez błędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny.
EFEKT KSZTAŁCENIA 6	
NA OCENĘ 2.0	nie spełnia wymagań na 3
NA OCENĘ 3.0	student wypełnia swoje obowiązki ale nie potrafi współpracować z kolegami.
NA OCENĘ 3.5	student wypełnia swoje obowiązki, stara się współpracować z kolegami
NA OCENĘ 4.0	student wypełnia swoje obowiązki potrafi dobrze współpracować z kolegami

NA OCENĘ 4.5	student wypełnia swoje obowiązki bardzo dobrze potrafi współpracować z kolegami
NA OCENĘ 5.0	student wypełnia swoje obowiązki, organizuje pracę kolegów.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓLOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W01 K_W04	Cel 1	W1 C1	N1 N2	F1 F2 P1
EK2	K_W01	Cel 1	W2 C2	N1 N2	F1 F2 P1
EK3	K_W01 K_W03 K_W04	Cel 1	W3 C3	N1 N2	F1 F2 P1
EK4	K_W01 K_W03 K_W04	Cel 1	W4 C4	N1 N2	F1 F2 P1
EK5	K_W01 K_W03 K_W04	Cel 1	W1 W2 W3 W4 C1 C2 C3 C4	N1 N2	F1 F2 P1
EK6	K_K03	Cel 1	W1 W2 W3	N1 N2 N3	F1 P1

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | R. Sulanke, P. Wingten — *Geometria różniczkowa i teoria wiązek* ia, Warszawa, 1977, PWN
- [2] | S. Kobayashi, K. Nomizu — *Foundations of Differential Geometry*, New York, 1963, Interscience Publishers

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | M. Postnikov — *Lectures in Geometry*, Moskwa, 1989, MIR

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr hab. prof.PK Włodzimierz Jelonek (kontakt: wlodzimierz.jelonek@pk.edu.pl)



## OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr hab.,prof.PK Włodzimierz Jelonek (kontakt: wjelon@pk.edu.pl)

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....