

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2021/2022

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Analiza matematyczna I
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Calculus I
KOD PRZEDMIOTU	WiT M oIS C6 21/22
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	10.00
SEMESTRY	2

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
2	60	60	0	0	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zapoznanie studentów z rachunkiem różniczkowym i całkowym funkcji rzeczywistych zmiennej rzeczywistej.

Cel 2 Zapoznanie studentów z teorią ciągów i szeregów funkcyjnych, ze szczególnym uwzględnieniem szeregów potęgowych.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Znajomość teorii ciągów i szeregów liczbowych oraz granicy i ciągłości funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student zna podstawowe definicje i twierdzenia z rachunku różniczkowego i całkowego funkcji rzeczywistych zmiennej rzeczywistej oraz z teorii ciągów i szeregów funkcyjnych ze szczególnym uwzględnieniem szeregów potęgowych.

EK2 Umiejętności Student potrafi spojrzeć kompleksowo na zdobytą wiedzę z rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej zmiennej oraz z teorii ciągów i szeregów funkcyjnych, a także umie zastosować poznane twierdzenia i metody rozwiązując zadania przekrojowe z tego zakresu.

EK3 Umiejętności Student umie rozwiązywać zadania cząstkowe dotyczące funkcji różniczkowalnych i całkowalnych oraz ich zastosowań. Student potrafi rozwiązywać zadania cząstkowe dotyczące własności i zbieżności ciągów i szeregów funkcyjnych.

EK4 Kompetencje społeczne Student rozumie potrzebę dalszego kształcenia. Student rozpoznaje braki w swojej wiedzy i próbuje je uzupełniać uczestnicząc aktywnie w zajęciach oraz pracując z materiałami dodatkowymi umieszczonymi na platformie e-learningowej i korzystając z literatury.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Pochodna funkcji jednej zmiennej rzeczywistej oraz jej interpretacja geometryczna i fizyczna.	2
W2	Podstawowe twierdzenia dotyczące funkcji różniczkowalnych, twierdzenia o wartości średniej, reguła de L'Hospitala. Twierdzenie Taylora.	8
W3	Zastosowania rachunku różniczkowego, badanie przebiegu zmienności funkcji.	6
W4	Różniczkowalność funkcji wektorowych argumentu skalarne	2
W5	Funkcja pierwotna, definicja i własności. Istnienie funkcji pierwotnej dla funkcji ciągłej (informacyjnie).	2
W6	Całka nieoznaczona, definicja i własności. Podstawowe metody całkowania. Całkowanie różnych klas funkcji elementarnych.	8
W7	Całka Newtona-Leibniza, Darboux, Riemanna. Interpretacja, własności i metody całkowania. Całkowalność funkcji ciągłych. Twierdzenia o wartości średniej dla całek. Funkcja górnej granicy całkowania. Wzór Newtona-Leibniza. Całki niewłaściwe.	8
W8	Zastosowania całki oznaczonej, ze szczególnym uwzględnieniem zastosowań geometrycznych: pola trapezu krzywoliniowego, długości krzywej, objętości bryły obrotowej, pola powierzchni bocznej bryły obrotowej.	6

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W9	Ciągi funkcyjne i ich zbieżność punktowa i jednostajna. Własności granicy ciągu zbieżnego jednostajnie. Twierdzenie o różniczkowaniu i całkowaniu ciągu funkcyjnego wyraz po wyrazie.	4
W10	Szeregi funkcyjne i ich zbieżność punktowa, bezwzględna i jednostajna. Kryteria zbieżności jednostajnej, w szczególności kryterium Weierstrassa. Własności sumy szeregu zbieżnego jednostajnie. Twierdzenie o różniczkowaniu i całkowaniu szeregu funkcyjnego wyraz po wyrazie.	4
W11	Szeregi potęgowe - definicja, promień zbieżności, przedział zbieżności, twierdzenie Cauchy'ego- Hadamarda. Rozwijanie funkcji w szeregi potęgowe, podstawowe rozwinięcia, zastosowania.	4
W12	Norma, przestrzenie unormowane, metryka wyznaczona przez normę. Przykłady przestrzeni unormowanych.	3
W13	Ciągi w przestrzeniach unormowanych i ich zbieżność, zupełność przestrzeni unormowanej, przestrzenie Banacha. Szeregi w przestrzeniach Banacha.	3

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Obliczanie pochodnych, badanie różniczkowalności funkcji, wskazywanie przykładów funkcji ciągłych i nieróżniczkowalnych, różniczkowalnych o nieciągłej pochodnej. Wyznaczanie stycznych do wykresu funkcji. Obliczanie pochodnych rzędów wyższych.	8
C2	Zastosowanie twierdzeń Rolle'a, Lagrange'a, Cauchy'ego. Zastosowanie reguły de l'Hospitala. Zastosowanie rachunku różniczkowego do: wykazywania tożsamości, nierówności, wyznaczania ekstremów globalnych funkcji. Badanie przebiegu zmienności funkcji. Wykorzystanie wzoru Taylora. Zastosowania rachunku różniczkowego, w szczególności wyznaczanie ekstremów lokalnych i globalnych, badanie przebiegu zmienności funkcji, zadania optymalizacyjne.	10
C3	Wykorzystanie twierdzeń o całkowaniu przez części, o całkowaniu przez podstawianie, zmianę zmiennych. Całkowanie przez rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste. Całkowanie funkcji trygonometrycznych. Całkowanie funkcji niewymiernych.	10
C4	Obliczanie całek oznaczonych Riemanna z definicji oraz przy użyciu całki Newtona-Leibniza. Wykorzystanie sum całkowych Riemanna do wyznaczania sum szeregów. Badanie zbieżności całek niewłaściwych, zastosowanie kryterium całkowego do badania zbieżności szeregów liczbowych.	6
C5	Wykorzystanie geometrycznej interpretacji całki funkcji nieujemnej. Zastosowanie całki do obliczania długości łuków, pola zbiorów, objętości i pola powierzchni brył obrotowych.	8

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C6	Badanie zbieżności ciągów i szeregów funkcyjnych.	6
C7	Wyznaczanie promieni zbieżności i przedziałów zbieżności szeregów potęgowych. Wyznaczanie rozwinięć funkcji z wykorzystaniem podstawowych rozwinięć poznanych na wykładzie. Zastosowanie twierdzenia o różniczkowaniu i o całkowaniu szeregu wyraz po wyrazie. Zastosowanie rozwinięć funkcji w szeregi potęgowe do obliczania całek oznaczonych oraz rozwiązywania równań.	6
C8	Sprawdzanie, czy dane odwzorowanie jest normą. Obliczanie norm elementów przestrzeni unormowanych oraz odległości między tymi elementami, ze szczególnym uwzględnieniem przestrzeni funkcji ciągłych. Badanie zbieżności ciągów w przestrzeniach unormowanych.	6

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady (w przypadku realizacji zajęć w trybie zdalnym z wykorzystaniem MS Teams)

N2 Ćwiczenia audytoryjne (w przypadku realizacji zajęć w trybie zdalnym z wykorzystaniem MS Teams)

N3 Konsultacje (w przypadku realizacji zajęć w trybie zdalnym z wykorzystaniem MS Teams)

N4 E-Kurs na platformie Delta

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	120
Konsultacje przedmiotowe	10
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	60
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
praca z materiałami na platformie e-learningowej	70
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	270
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	10.00

9 SPOSOBY OCENY

1. NAUCZANIE STACJONARNE: Aktywność w e-kursie na platformie e-learningowej (F2) nie jest warunkiem koniecznym uzyskania zaliczenia ćwiczeń (ocena P3), ale może podwyższyć ocenę wynikającą z liczby punktów otrzymanych na przeprowadzonych kartkówkach, kolokwiach, testach. 2. NAUCZANIE ZDALNE: Kolokwia, kartkówki, testy (F1) będą również przeprowadzane na platformie e-learningowej.

OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwia, kartkówki, testy (w przypadku realizacji zajęć w trybie zdalnym z wykorzystaniem MS Teams)

F2 Aktywność w e-kursie na platformie e-learningowej

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin z teorii

P2 Egzamin praktyczny (zadania)

P3 Zaliczenie ćwiczeń (F1 & F2)

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Ocena P3 jest oceną z ćwiczeń. Do egzaminu w pierwszym terminie mogą przystąpić wyłącznie studenci, którzy otrzymali zaliczenie z ćwiczeń, tzn. uzyskali na przeprowadzonych kolokwiach, kartkówkach i testach więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.

W2 Egzamin składa się z części praktycznej i części teoretycznej. Wymagane jest zaliczenie obu części egzaminu.

W3 Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną ocen P1, P2, P3.

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje i podstawowe twierdzenia z przedstawionej na wykładach wiedzy (na podstawie odpowiedzi na trzy wylosowane zagadnienia z podanej listy).
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na przynajmniej jedno z wylosowanych trzech zagadnień.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na dwa z wylosowanych trzech zagadnień.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na wszystkie wylosowane zagadnienia.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student rozumiejąc zależności między poznanymi pojęciami, definicjami i twierdzeniami potrafi odpowiedzieć na dodatkowe pytania związane z wylosowanymi zagadnieniami.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.

NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student rozumiejąc potrzebę dalszego kształcenia bierze udział w obowiązkowych zajęciach dydaktycznych (dopuszczalne trzy nieobecności).
NA OCENĘ 3.5	Student rozumiejąc potrzebę dalszego kształcenia regularnie bierze udział w obowiązkowych zajęciach dydaktycznych.
NA OCENĘ 4.0	Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy regularnie i aktywnie uczestniczy w obowiązkowych zajęciach dydaktycznych.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazuje umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.0. Ponadto odczuwa potrzebę pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu i zapoznaje się z dodatkowymi materiałami umieszczonymi na platformie e-learningowej oraz literaturą dodatkową.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazuje umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5. Ponadto aktywnie korzysta z materiałów umieszczonych na platformie e-learningowej rozwiązując zadania dodatkowe i biorąc udział w dyskusjach na forum.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W01 K_W02 K_W04 K_W07	Cel 1 Cel 2	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 W13	N1 N3 N4	P1
EK2	K_U01 K_U09 K_U12a K_U12b K_U13	Cel 1 Cel 2	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8	N1 N2 N3 N4	P2
EK3	K_U09 K_U12a K_U12b K_U13	Cel 1 Cel 2	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P3
EK4	K_K01 K_K02 K_K06	Cel 1 Cel 2	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8	N2 N4	F2 P3

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | M. Gewert, Z. Skoczylas — *Analiza matematyczna 1,2 (denicje, twierdzenia, wzory/ przykłady, zadania)*, Wrocław, 2009, GiS
- [2] | R. Rudnicki — *Wykłady z analizy matematycznej*, Warszawa, 2006, PWN
- [3] | T. Winiarska, T. Winiarski — *Wykłady z analizy matematycznej, część I*, Kraków, 2010, Wyd. PK
- [4] | B.P. Demidowicz — *Zbiór zadań i ćwiczeń z analizy matematycznej*, Lublin, 1992, Naukowa Książka
- [5] | J. Banaś, S. Wędrychowicz — *Zbiór zadań z analizy matematycznej*, Warszawa, 2006, WNT

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | W. Kaczor, M. Nowak — *Zadania z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2005, PWN
- [2] | W. Kołodziej — *Analiza matematyczna*, Warszawa, 2010, PWN
- [3] | W. Krywicki, L. Włodarski — *Analiza matematyczna w zadaniach*, Warszawa, 2002, PWN
- [4] | W. Stankiewicz — *Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych*, Warszawa, 1992, PWN
- [5] | W. Kryzewski — *Wykład analizy matematycznej*, Toruń, 2009, Wyd. Naukowe UMK

LITERATURA DODATKOWA

- [1] | Jay Abramson et al. — *Precalculus, Calculus (Vol.1,2)*, <https://openstax.org/subjects/math>, 2020, <https://www.rice.edu>

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Beata Strycharz-Szemberg (kontakt: szemberg@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Beata Strycharz-Szemberg (kontakt: beata.szemberg@pk.edu.pl)

2 dr Magdalena Grzech (kontakt: magdalena.grzech@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....
.....