Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki

Karta przedmiotu

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2021/2022

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma sudiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne

1 Informacje o przedmiocie

Nazwa przedmiotu	Algebra
Nazwa przedmiotu w języku angielskim	Algebra
Kod przedmiotu	WIiT M oIS C15 21/22
Kategoria przedmiotu	Przedmioty kierunkowe
Liczba punktów ECTS	6.00
Semestry	3

2 Rodzaj zajęć, liczba godzin w planie studiów

Semestr	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Laboratorium komputerowe	Seminarium	Projekt
3	30	30	0	0	0	0

3 Cele przedmiotu

Cel 1 Zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami i zagadnieniami współczesnej algebry abstrakcyjnej w zakresie podstaw teorii grup, teorii pierścieni łącznych, teorii ciał i ich zastosowań umożliwiającym jak rozwiązywanie standardowych problemów tak i późniejsze wykorzystywanie ich w innych dziedzinach matematyki oraz w praktyce

4 Wymagania wstępne w zakresie wiedzy, umiejętności i innych kompetencji

1 Zaliczenie pierwszych dwóch semestrów

5 Efekty kształcenia

EK1 Wiedza Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia i zagadnienia algebry abstrakcyjnej, potrafi rozwiązać standardowy problem stosujący sie podstawowych pojęc algebry abstrakcyjnej i opierający się na podstawowe zagadnienia algebry abstrakcyjnej

EK2 Umiejętności Student potrafi nie tylko prawidłowo sformulować podstawowe pojęcia i zagadnienia algebry abstrakcyjnej, lecz również zilustrować go umiejętnie podebranymi przykładami

EK3 Wiedza Student nie tylko zna podstawowe pojęcia i zagadnienia współczesnej algebry abstrakcyjnej, lecz również może budować dowody twierdzeń opierających się na podstawowe fakty z teorii oraz przykłady zarówno ilustrujące pojęcia algebry abstrakcyjnej, jak i pozwalające obalić błędne hipotezy lub nieuprawnione rozumowania

EK4 Kompetencje społeczne Student potrafi samodzielnie wyszukiwać materiał w literaturze, także w językach obcych, oraz formułować opinie na temat podstawowych zagadnień z algebry abstrakcyjnej

6 Treści programowe

Wykład		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
W1	Wstęp: relacja równowazności, zbiory ilorazowe (zbiór reszt modulo n, liczby wymierne), odwzorowania, działania algebraiczne, grupa reszt modulo n	2
W2	Teoria grup:podgrupy, warstwy, indeks podgrupy, twierdzenie Lagrangea dla grup skończonych, podgrupy normalne, grupy ilorazowe, homomorfizmy i izomorfizmy grup, twierdzenie Cayleya, grupy cykliczne i ich podgrupy, izomorficzna klasyfikacja grup cyklicznych, grupy przekształceń, twierdzenia o izomorfizmach grup, produkty i sumy proste grup, działania grupy na zbiorze, sprężenie, centrum, centralizator, normalizator, twierzenia Sylowa o grupach skończonych, grupy proste, grupy rozwiązalne, grupy nilpotentne, struktura skończenie generowanych grup abelowych	10
W3	Teoria pierścieni: podpierścienie, ideały jednostronne i obustronne, podciała, kryteria, charakterystyka, dzielniki zera, elementy odwracalne i elementy nilpotentne, pierścień klas reszt Zn modulo n, pierścień szeregów potęgowych, homomorfizmy i izomorfizmy pierścieni, ideały pierwsze i maksymalne, ciało klas reszt Zp, ciała ułamków, chińskie twierdzenie o resztach	8
W4	Teoria podzielności w dziedzinach całkowitości: relacja podzielności i stowarzyszenia, elementy rozkładalne i nierozkładalne, elementy pierwsze, NWD, NWW, pierścienie ideałów głównych, pierścienie euklidesowe, pierścienie faktorialne	4

Wykład		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
W5	Teoria ciał: rozszerzenie ciał, stopień rozszerzenia, element algebraiczny i jego wielomian minimalny, element trascendentny, rozszerzenie ciał proste, rozszerzenie ciał skończone, element pierwotny, twierdzenie Kroneckera-Artina, ciało rozkładu wielomianu, ciała skończone, liczby algebraiczne i transcendentne, ciało liczb algebraicznych, domknięcie algebraiczne, ciało algebraicznie domknięte, zasadnicze twierdzenie algebry	6

Ćwiczenia		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
C1	Wstęp: badanie własności relacji, konstruowanie zbiorów ilorazowych	2
C2	Teoria grup: rozpoznawanie grup, podgrup, podgrup normalnych. Rozpoznawanie homomorfizmów, izomorfizmów grup, wyznaczenenie rzędu grupy, rzędu elementu w grupie, badanie struktury grupy (czy jest cykliczną, czy jest sumą prostą), rozpoznawanie grup ilorazowych, badanie własności działania grupy na zbiorze, własności grup prostych, rozwiązalnych i nilpotentnych	12
C3	Teoria pierścieni: rozpoznawanie pierścieni, podpierścieni, ciał, podciał, ideałów jednostronnych i obustronnych, rozposnawanie homomorfizmów i izomorfizmów pierścieni, badanie własności pierścieni, rozpoznawanie ideałów pierwszych i maksymalnych	8
C4	Teoria podzielności w dziedzinach całkowitości: znajdowanie elementów odwracalnych, nierozkładalnych, rozkładalnych, pierwszych, rozpoznawanie pierścieni euklidesowych i faktorialnych	4
C5	Teoria ciał: rozpoznawanie homomorfizmów i izomorfizmów ciał, wyznaczenie wielomianu minimalnego elementu algebraicznego i stopnia rozszerzenia, budowanie ciała rozkładu wielomianu	4

7 Narzędzia dydaktyczne

N1 Wykłady. W sytuacji zdalnego nauczania prowadzone są za pośrednictwem MS Teams, na żywo. e-Kurs na platformie delta PK.

N2 Konsultacje

N3 Dyskusja

N4 Praca w grupach. W sytuacji zdalnego nauczania prowadzone są za pośrednictwem MS Teams, na żywo.

8 Obciążenie pracą studenta

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	30
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	80
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
Sumaryczna liczba godzin dla przedmiotu wynikająca z całego nakładu pracy studenta	**180**
Sumaryczna liczba punktów ECTS dla przedmiotu	6.00

9 Sposoby oceny

Aktywność w e-kursie umieszczonym na Delta PK. W sytuacji zdalnego nauczania wszystkie sprawdziany prowadzone są za pośrednictwem platformy Delta PK i MS Teams.

Ocena formująca

F1 Kolokwium

Ocena podsumowująca

P1 Zaliczenie pisemne

P2 Egzamin pisemny

P3 Egzamin ustny

P4 Średnia ważona ocen formujących

Warunki zaliczenia przedmiotu

W1 Do egzaminu mogą przystąpić studenci, którzy zaliczyli ćwiczenia

W2 Egzamin pisemny składa się z części zadaniowej i teoretycznej

W3 Ocena końcowa jest średnią ocen P1, P2, P3 i P4

Kryteria oceny

Efekt kształcenia 1	
Na ocenę 2.0	Student nie zna podstawowych pojęć algebry abstrakcyjnej (teorii grup)
Na ocenę 3.0	Student zna podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii grup)
Na ocenę 3.5	Student potrafi nie tylko prawidłowo sformułować podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii grup), lecz również zilustrować ich pewnymi przykładami
Na ocenę 4.0	Student objaśnia podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii grup), formuluje i udowodnia podstawowe twierdzienia oraz rozwiązuje standardowe zadania
Na ocenę 4.5	Student potrafi nie tylko objaśnić podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii grup), sformułować i udowodnić podstawowe twierdzienia, lecz stosować ich do rozwiązywania zadań teoretycznego i praktycznego charakteru
Na ocenę 5.0	Student potrafi nie tylko objaśnić podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii grup), sformułować i udowodnić podstawowe twierdzienia, lecz stosować ich do rozwiązywania praktycznych i teoretycznych zadań niestandardowego charakteru
Efekt kształcenia 2	
Na ocenę 2.0	Student nie potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i pisemnie, przedstawić poprawne rozumowania z algebry abstrakcyjnej (teorii grup), formułując definicje i twierdzenia
Na ocenę 3.0	Student zna podstawowe pojęcia i potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i pisemnie, przedstawić poprawne rozumowania z algebry abstrakcyjnej (teorii grup), formułując definicje i twierdzenia
Na ocenę 3.5	Student potrafi nie tylko podstawowe pojęcia i potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i pisemnie, przedstawić poprawne rozumowania z algebry abstrakcyjnej (teorii grup), formułując definicje i twierdzenia, lecz również prowadzi łatwe i średnio trudne dowody z algebry abstrakcyjnej, ilustruje ich pewnymi przykładami
Na ocenę 4.0	Student objaśnia podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii grup) i potrafi ich zastosować, formuluje i udowodnia podstawowe twierdzienia oraz rozwiązuje standardowe ćwiczenia
Na ocenę 4.5	Student potrafi nie tylko objaśnić podstawowe pojęcia abstrakcyjnej (teorii grup), sformułować i udowodnić podstawowe twierdzienia, lecz stosować ich do rozwiązywania ćwiczeń
Na ocenę 5.0	Student potrafi nie tylko objaśnić podstawowe pojęcia abstrakcyjnej (teorii grup), sformułować i udowodnić podstawowe twierdzienia, lecz stosować ich do rozwiązywania praktycznych
Efekt kształcenia 3	
Na ocenę 2.0	Student nie zna podstawowych pojęć algebry abstrakcyjnej (teorii pierścieni, teorii podzielności w dziedzinach całkowitości, teorii ciał)

Na ocenę 3.0	Student zna podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii pierścieni, teorii podzielności w dziedzinach całkowitości, teorii ciał)
Na ocenę 3.5	Student potrafi nie tylko prawidłowo sformułować podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii pierścieni, teorii podzielności w dziedzinach całkowitości, teorii ciał), lecz również zilustrować ich pewnymi przykładami
Na ocenę 4.0	Student objaśnia podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii pierścieni, teorii podzielności w dziedzinach całkowitości, teorii ciał), formuluje i udowodnia podstawowe twierdzienia oraz rozwiązuje standardowe zadania teoretycznego i praktycznego charakteru
Na ocenę 4.5	Student potrafi nie tylko objaśnić podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii pierścieni, teorii podzielności w dziedzinach całkowitości, teorii ciał), sformułować i udowodnić podstawowe twierdzienia, lecz stosować ich do rozwiązywania różnych zadań
Na ocenę 5.0	Student potrafi nie tylko objaśnić podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej (teorii pierścieni, teorii podzielności w dziedzinach całkowitości, teorii ciał), sformułować i udowodnić podstawowe twierdzienia, lecz stosować ich do rozwiązywania praktycznych i teoretycznych zadań standardowego i niestandardowego charakteru
Efekt kształcenia 4	
Na ocenę 2.0	Student nie zna podstawowych pojęć algebry abstrakcyjnej, nie potrafi ich zastosować, nie potrafi samodzielnie wyszukać informacje w literaturze, w językach obcych i nie potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnien algebry abstrakcyjnej
Na ocenę 3.0	Student zna podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej, potrafi ich zasosować, potrafi samodzielnie wyszukać informacje w literaturze, w językach obcych i potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnien algebry abstrakcyjnej
Na ocenę 3.5	Student potrafi nie tylko prawidłowo sformułować podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej, lecz również zilustrować ich pewnymi przykładami, potrafi samodzielnie wyszukać informacje w literaturze, w językach obcych i potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnien algebry abstrakcyjnej
Na ocenę 4.0	Student objaśnia podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej, potrafi ich zastosować, formuluje i udowodnia podstawowe twierdzienia oraz rozwiązuje standardowe ćwiczenia, potrafi samodzielnie wyszukać informacje w literaturze, w językach obcych i potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnien algebry abstrakcyjnej
Na ocenę 4.5	Student potrafi nie tylko objaśnić podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej, sformułować i udowodnić podstawowe twierdzienia, lecz stosować ich do rozwiązywania ćwiczeń, potrafi samodzielnie wyszukać informacje w literaturze, w językach obcych i potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnien algebry abstrakcyjnej

Na ocenę 5.0	Student potrafi nie tylko objaśnić podstawowe pojęcia algebry abstrakcyjnej, sformułować i udowodnić podstawowe twierdzienia, lecz stosować ich do rozwiązywania praktycznych, potrafi samodzielnie wyszukać informacje w literaturze, w językach obcych i nie potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnien algebry abstrakcyjnej,potrafi samodzielnie wyszukać informacje w literaturze, w językach obcych i potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnien algebry abstrakcyjnej

10 Macierz realizacji przedmiotu

Efekt kształcenia	Odniesienie danego efektu do szczegółowych efektów zdefiniowanych dla programu	Cele przedmiotu	Treści programowe	Narzędzia dydaktyczne	Sposoby oceny
EK1	K_W01 K_W04 K_W05	Cel 1	W1 W2 C1 C2	N1 N2 N3 N4	F1 P1 P2 P3 P4
EK2	K_U01 K_U02 K_U16	Cel 1	W3 C3	N1 N2 N3 N4	F1 P1 P2 P3 P4
EK3	K_W01 K_W04 K_W05	Cel 1	W4 C4	N1 N2 N3 N4	F1 P1 P2 P3 P4
EK4	K_K01 K_K02 K_K04	Cel 1	W5 C5	N1 N2 N3 N4	F1 P1 P2 P3 P4

11 Wykaz literatury

Literatura podstawowa

[1] A.I. Kostrikin — *Algebra (cz 1, 3)*, Warszawa, 2005, PWN

[2] O. Artemowicz, A. Piękosz — *Algebra*, Kraków, 2010, PK

[3] J. Rutkowski — *Algebra abstrakcyjna w zadaniach*, Warszawa, 2001, PWN

[4] W. Więsław — *Grupy, pierścienie, ciała*, Wrocław, 1979, UW

[5] M. Brynski, J. Jurkiewicz — *Zbiór zadań z algebry*, Warszawa, 1975, PWN

Literatura uzupełniająca

[1] A. Bialynicki-Birula — *Algebra*, Warszawa, 1971, PWN

[2] Cz. Bagiński — *Wstęp do teorii grup*, Warszawa, 2001, Skrypt

[3] J. Gancarzewicz — *Arytmetyka*, Kraków, 2002, UJ

[4] J. Browkin — *Teoria ciał*, Warszawa, 1978, PWN

[5] W.J. Gilbert, W.K. Nicolson — *Algebra współczesna z zastosowaniami*, Warszawa, 2008, PWN

12 Informacje o nauczycielach akademickich

Osoba odpowiedzialna za kartę

prof. dr hab. Orest Artemovych (kontakt: artemo@pk.edu.pl)

Osoby prowadzące przedmiot

1 Prof. dr hab. Orest Artemovych (kontakt: artemo@usk.pk.edu.pl)

2 Dr Marcin Skrzyński (kontakt: pfskrzyn@cyfronet.pl)

3 Dr Kamil Kular (kontakt: kamil-kular@wp.pl)

13 Zatwierdzenie karty przedmiotu do realizacji

(miejscowość, data) (odpowiedzialny za przedmiot) (dziekan)

Przyjmuję do realizacji (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .