

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2020/2021

Wydział Inżynierii Środowiska i Energetyki

Kierunek studiów: Energetyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: 11

Stopień studiów: I

Specjalności: Energetyka niekonwencjonalna

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Matematyka
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Mathematics
KOD PRZEDMIOTU	WIŚIE EN oIS C1 20/21
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	14.00
SEMESTRY	1 2

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	CWICZENIA	LABORATORIA	LABORATORIA KOMPUTERO- WE	PROJEKT	SEMINARIUM
1	45	30	0	0	0	0
2	45	30	0	0	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Celem przedmiotu jest opanowanie przez studentów teoretycznego i praktycznego aparatu matematycznego służącego do rozwiązywania podstawowych problemów technicznych i inżynierskich.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Opanowanie materiału z zakresu matematyki na poziomie egzaminu maturalnego.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Opanowanie podstawowych wiadomości z zakresu algebry liniowej z geometrią: rachunek macierzy, liczby zespolone i układy równań liniowych. Znajomość podstaw rachunku różniczkowego i całkowego w zakresie jednej zmiennej: ciągi i szeregi liczbowe, zbieżność, pochodne, całki nieoznaczone i oznaczone, całki podwójne i potrójne, równania różniczkowe.

**EK2 Umiejętności** Obliczanie granic ciągów i badanie zbieżności szeregów liczbowych, obliczanie pochodnych funkcji jednej zmiennej z wykorzystaniem do badania przebiegu zmienności funkcji, obliczanie całek nieoznaczonych i oznaczonych, podwójnych i potrójnych, zastosowanie całek

**EK3 Kompetencje społeczne** Umiejętność precyzyjnego redagowania rozumowania matematycznego oraz formułowania problemów matematycznych, umiejętność weryfikowania poprawności rozumowania matematycznego.

**EK4 Umiejętności** Wykonywanie podstawowych operacji macierzowych z zastosowaniem do rozwiązywania układów równań liniowych, wykorzystanie metod algebry liniowej do rozwiązywania problemów z zakresu geometrii.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Wartość logiczna zdania, prawa logiki matematycznej, kwantyfikatory, zbiory liczbowe. Trygonometria: rozwiązywanie równań i nierówności trygonometrycznych, podstawowe definicje, własności i wykresy funkcji trygonometrycznych, funkcje cyklometryczne.	6
W2	Liczby zespolone: definicja, interpretacja geometryczna, postać algebraiczna, postać trygonometryczna, postać wykładnicza, wzór de Moivre'a, pierwiastkowanie, równania kwadratowe.	4
W3	Rachunek wektorowy: działania algebraiczne na wektorach, iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, równania prostej i płaszczyzny w przestrzeni.	4
W4	Elementy teorii macierzy i wyznaczników: definicja macierzy i działań na macierzach, wyznacznik macierzy, macierz odwrotna, pojęcie rzędu macierzy, twierdzenie Cramera i twierdzenie Kroneckera-Capellego, wektory i wartości własne macierzy symetrycznej.	6
W5	Ciągi i szeregi liczbowe: ciągi liczbowe, indukcja matematyczna, ciągi monotoniczne, granica ciągu, twierdzenia o granicach, granice specjalne, szeregi liczbowe i ich zbieżność, szereg geometryczny, kryteria zbieżności szeregów.	6

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W6	Funkcje elementarne, równania i nierówności. wartość bezwzględna, funkcja liniowa, funkcja kwadratowa, równania i nierówności kwadratowe, wielomiany, równania i nierówności algebraiczne, potęga, funkcja potęgowa, wykładnicza i logarytmiczna, równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne.	4
W7	Granica i ciągłość funkcji jednej zmiennej Pochodna funkcji jednej zmiennej: definicja pochodnej, interpretacja geometryczna, równanie stycznej, różniczka funkcji, związek różniczkowości i ciągłości, pochodne funkcji elementarnych twierdzenia Rollea, Lagrange'a, Taylora i de l'Hospitala.	4
W8	Monotoniczność i ekstrema lokalne funkcji jednej zmiennej, wklęsłość i wypukłość, asymptoty, badanie przebiegu zmienności funkcji.	4
W9	Całka nieoznaczona: definicja całki, podstawowe własności, metody całkowania.	7
W10	Całka oznaczona: definicja całki Riemanna, interpretacja geometryczna, własności podstawowe, zastosowania geometryczne i fizyczne, całki niewłaściwe I i II rodzaju.	5
W11	Krzywe stożkowe i kwadryki. Funkcje wielu zmiennych, pochodna kierunkowa, pochodne cząstkowe, ekstrema lokalne funkcji wielu zmiennych.	6
W12	Całki podwójne i potrójne, całkowanie po prostokącie, prostopadłościanie, obszar normalny, całkowanie po obszarach normalnych, twierdzenie Fubiniego, współrzędne biegunowe, walcowe i sferyczne.	6
W13	Równania różniczkowe zwyczajne rzędu I: pojęcie rozwiązania ogólnego, problem początkowy Cauchyego, podstawowe typy równań rzędu pierwszego.	4
W14	Równania różniczkowe zwyczajne rzędu II, równania liniowe o stałych współczynnikach i układy równań różniczkowych: metoda równania charakterystycznego dla równania jednorodnego, metoda uzmienniania stałych i przewidywań, wyznaczenie rozwiązania szczególnego układu równań różniczkowych liniowych.	8
W15	Całka krzywoliniowa skierowana i nieskierowana, zastosowania, twierdzenie Greena.	6
W16	Całka powierzchniowa niezorientowana i zorientowana, twierdzenie Gaussa i Stokesa.	6
W17	Szeregi Fouriera.	2
W18	Transformacje Laplace'a i Fouriera.	2

CWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN

CWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Logika matematyczna, zbiory, prawa logiki, przykłady zadań logicznych i działań na zbiorach. Tożsamości trygonometryczne, równania i nierówności trygonometryczne	2
C2	Przykłady działań na liczbach zespolonych.	3
C3	Obliczanie długości wektora, obliczanie iloczynu skalarnego, wektorowego i mieszanego, wyznaczanie punktów symetrycznych względem prostej lub płaszczyzny.	2
C4	Działania na macierzach, szukanie macierzy odwrotnej do danej, badanie rzędu macierzy, obliczanie wyznaczników. Rozwiązywanie układów równań, szukanie wartości i wektorów własnych.	4
C5	Obliczanie granic ciągów liczbowych z wykorzystaniem granic ciągów specjalnych. Badanie zbieżności szeregów liczbowych.	4
C6	Rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych, wielomianowych, logarytmicznych i wykładniczych.	2
C7	Badanie granicy i ciągłości funkcji. Obliczanie pochodnych pierwszego i wyższych rzędów funkcji jednej zmiennej, obliczanie granicy funkcji korzystając z reguły de l'Hospitala.	4
C8	Badanie przebiegu zmienności funkcji.	3
C9	Całka nieoznaczona, wykorzystanie twierdzeń o całkowaniu przez części, przez podstawienie, całkowanie przez rozkład funkcji wymiernej niewłaściwej na ułamki proste, podstawienie Eulera, metoda współczynnika nieoznaczonych, całkowanie funkcji trygonometrycznych.	6
C10	Obliczanie całek oznaczonych Riemanna korzystając z twierdzenia Newtona, obliczanie długości łuku, pola obszarów, objętości i pól powierzchni bocznych brył obrotowych. Wyznaczanie całek niewłaściwych I i II rodzaju.	4
C11	Wyznaczanie różniczki zupełnej, pochodnej kierunkowej i pochodnych cząstkowych funkcji dwóch i trzech zmiennych, wyznaczanie gradientu funkcji, Wyznaczanie ekstremów lokalnych funkcji dwóch i trzech zmiennych.	4
C12	Wyznaczanie całki podwójnej i potrójnej po dowolnym zbiorze, Zastosowania w geometrii i fizyce.	4
C13	Rozwiązywanie równań różniczkowych rzędu I :o zmiennych rozdzielonych, zupełnych, liniowych, Bernoulli'ego.	4
C14	Rozwiązywanie równań różniczkowych rzędu II liniowych o stałych współczynnikach.	4
C15	Obliczanie całek krzywoliniowych nieskierowanych i skierowanych, zastosowania fizyczne, niezależność całki krzywoliniowej skierowanej od drogi całkowania, twierdzenie Greena.	3

CWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>C16</b>	Obliczanie całek powierzchniowych niezorientowanych i zorientowanych, zastosowania fizyczne, twierdzenie Gaussa i Stokesa.	3
<b>C17</b>	Szeregi Fouriera	2
<b>C18</b>	Transformacje Laplace'a i Fouriera.	2

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Konsultacje

N3 Zadania tablicowe

N4 Praca w grupach

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	150
Konsultacje przedmiotowe	26
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	186
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>372</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	14.00

## 9 SPOSOBY OCENY

OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwia

**F2** Zadania tablicowe

**F3** Odpowiedź ustna

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Egzamin pisemny

**P2** Egzamin teoretyczny

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** Do egzaminu mogą przystąpić studenci, którzy otrzymali zaliczenie z ćwiczeń.

**W2** Egzamin jest w formie pisemnej (część zadaniowa i część teoretyczna)

**W3** Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną ocen P1, P2, oraz oceny z ćwiczeń.

### KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna najważniejszych definicji i twierdzeń z zakresu algebry liniowej i analizy.
NA OCENĘ 3.0	Student zna najważniejsze definicje i twierdzenia z zakresu przedmiotu, potrafi wyjaśnić zastosowanie ich w rozwiązywaniu zadań.
NA OCENĘ 3.5	Student zna podstawowe definicje i twierdzenia, rozumie związki z najważniejszymi pojęciami, zna metody rozwiązywania podstawowych typów zadań praktycznych.
NA OCENĘ 4.0	Student zna wszystkie podane definicje i twierdzenia, potrafi wyjaśnić najważniejsze z nich oraz sposób zastosowania poznanego materiału teoretycznego do rozwiązywania podstawowych typów zadań.
NA OCENĘ 4.5	Student zna i w pełni rozumie wszystkie podane definicje i twierdzenia, zna metody rozwiązywania wszystkich typów zadań omawianych na zajęciach
NA OCENĘ 5.0	Student w pełni opanował cały materiał teoretyczny, zna metody rozwiązywania wszystkich typów zadań omówionych na zajęciach, potrafi wyjaśnić te metody w oparciu o poznany materiał teoretyczny.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi obliczyć prostej granicy ciągu i funkcji, lub zbadać zbieżności prostych szeregów, lub nie potrafi liczyć pochodnych funkcji, lub nie potrafi policzyć najprostszyc całek nieoznaczonych.
NA OCENĘ 3.0	Student umie obliczyć proste granice ciągów i funkcji z wykorzystaniem granic specjalnych i twierdzeń o granicach, bada zbieżność prostych szeregów, liczy pochodne, zna całki funkcji elementarnych, stosuje metody całkowania przez podstawianie i przez części.

NA OCENĘ 3.5	Student opanował wszystkie omówione metody liczenia granic ciągów i funkcji, badania zbieżności szeregów, wyznaczania całek oznaczonych i nieoznaczonych, biegle liczy pochodne, stosuje rachunek różniczkowy do badania przebiegu zmienności funkcji.
NA OCENĘ 4.0	Student opanował wszystkie umiejętności na ocenę 3,5 i potrafi stosować je do rozwiązywania standardowych zadań z zakresu geometrii i fizyki.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi obliczać skomplikowane granice ciągów i funkcji, badać zbieżność szeregów i przebieg zmienności funkcji, potrafi obliczać skomplikowane całki oznaczone i nieoznaczone.
NA OCENĘ 5.0	Student rozwiązuje skomplikowane zadania z wykorzystaniem obliczania granic ciągów i funkcji, badania przebiegu zmienności funkcji oraz całek nieoznaczonych i oznaczonych, stosuje je do problemów pochodzących z geometrii lub fizyki
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi zapisać prostego rozumowania matematycznego.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi zapisać proste rozumowanie matematyczne.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi poprawnie zredagować rozwiązanie zadania matematycznego, z wyjaśnieniem najważniejszych elementów rozwiązania.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi poprawnie zredagować rozwiązanie zadania matematycznego, ponadto wyjaśnić poszczególne elementy rozwiązania, potrafi samodzielnie zweryfikować poprawność prostego rozumowania matematycznego.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi zredagować rozwiązanie skomplikowanego problemu matematycznego, z uwzględnieniem struktury logicznej rozwiązania i zależności pomiędzy poszczególnymi elementami rozwiązania, posługuje się wybraną literaturą.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi zredagować skomplikowany tekst matematyczny, swobodnie posługuje się literaturą matematyczną, weryfikuje skomplikowane rozumowania matematyczne
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi wykonywać żadnego działania na macierzach, nie umie policzyć rzędu macierzy i wyznacznika, nie zna twierdzenia Cramera oraz Kroneckera-Capellego, nie potrafi rozwiązywać układów równań liniowych, nie potrafi policzyć żadnej całki ani nie potrafi rozwiązać żadnego równania różniczkowego.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi wykonywać poprawnie działania na macierzach, liczy rząd macierzy i wyznacznik, zna twierdzenia Cramera oraz Kroneckera-Capellego, potrafi je zastosować do rozwiązywania prostych układów równań liniowych, potrafi liczyć podstawowe całki nieoznaczone i oznaczone, rozwiązywać proste równania różniczkowe.

NA OCENĘ 3.5	Student potrafi wykonywać poprawnie działania na macierzach, liczy rzad macierzy i wyznacznik ,zna twierdzenia Cramera oraz Kroneckera-Capellego,potrafi je zastosowac do rozwiązywania ukladow rownan liniowych rozwiązywania skomplikowanych ukladow rownan liniowych ,liczy całki pojedyncze,podwójne i potrójne.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi wykonywać poprawnie działania na macierzach, liczy rzad macierzy i wyznacznik ,zna twierdzenia Cramera oraz Kroneckera-Capellego,potrafi je zastosowac do rozwiązywania skomplikowanych ukladow rownan liniowych,liczy trudniejsze całki i rozwiązuje równania różniczkowe.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi biegle wykonywać działania na macierzach, liczy rzad macierzy i wyznacznik ,zna twierdzenia Cramera oraz Kroneckera-Capellego,potrafi je zastosowac do rozwiązywania trudnych ukladow rownan liniowych,liczy skomplikowane całki i potrafi je zastosować.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi biegle wykonywać działania na macierzach, liczy biegle rzad macierzy i wyznacznik ,zna twierdzenia Cramera oraz Kroneckera-Capellego,potrafi je zastosowac do rozwiązywania trudnych ukladow rownan liniowych,liczy skomplikowane całki i potrafi je zastosować.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓLOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K1_W01 K1_W21 K1_U29 K1_K01 K1_K03 K1_K05	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 W13 W14 W15 W16 W17 W18 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C12 C13 C14 C15 C16 C17 C18	N1 N2 N3	F1 F2 P1 P2



EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓLOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK2	K1_W01 K1_U01 K1_U02 K1_U03 K1_U05 K1_U06 K1_U10 K1_K01 K1_K03 K1_K05	Cel 1	W5 W6 W7 W8 W9 W10 C1 C5 C6 C7 C8 C9 C10	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2
EK3	K1_U01 K1_U05 K1_U06 K1_U08 K1_U10	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 W13 W14 W15 W16 W17 W18 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13 C14 C15 C16 C17 C18	N1 N2 N3 N4	F1 F2 F3 P1 P2
EK4	K1_U01 K1_U02 K1_U05 K1_U06 K1_U08 K1_U10	Cel 1	W1 W2 W3 W4 C1 C2 C3 C4	N1 N2 N3 N4	F1 F3 P1

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] W.Krysicki,L.Włodarski — *Analiza matematyczna w zadaniach cz.I i II*, Warszawa, 1993, PWN
- [2 ] W.Stankiewicz — *Zadania z Matematyki dla Wyższych Uczelni Technicznych*, Warszawa, 2011, PWN
- [3 ] M.Gewert,Z.Skoczylas — *Analiza matematyczna*, Wrocław, 2006, GiS

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1 ] L.Siewierski — *Cwiczenia z analizy matematycznej*, Warszawa, 1996, PWN

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Beata Kocel-Cynk (kontakt: bkocel@usk.pk.edu.pl)

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Beata Kocel-Cynk (kontakt: Beata.Kocel-Cynk@pk.edu.pl)

2 dr Krzysztof Wesolowski (kontakt: Krzysztof.Wesolowski@pk.edu.pl)

3 dr Robert Pluta (kontakt: Robert.Pluta@pk.edu.pl)

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....  
.....  
.....