

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2019/2020

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Modelowanie matematyczne

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Metody stochastyczne
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Stochastic methods
KOD PRZEDMIOTU	WiT M oIIS B4 19/20
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty podstawowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	6.00
SEMESTRY	1

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
1	45	15	0	15	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zaznajomienie studentów z podstawowymi pojęciami i metodami analizy stochastycznej

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Wiedza i umiejętności z analizy matematycznej, algebry liniowej, rachunku prawdopodobieństwa, statystyki

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna podstawowe pojęcia analizy stochastycznej i zna własności omawianych pojęć.

**EK4 Umiejętności** Student potrafi przeprowadzić obliczenia związane z modelowaniem przy użyciu procesu Poissona i procesu Wienera, związane z zagadnieniem martyngałów.

**EK5 Umiejętności** Student potrafi stosować formułę Ito w zagadnieniach związanych ze stochastycznymi równaniami różniczkowymi.

**EK6 Umiejętności** Student potrafi przeprowadzić obliczenia związane z zagadnieniem szeregów czasowych ARMA.

**EK7 Kompetencje społeczne** Student uczestniczy regularnie w zajęciach, zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia w oparciu o literaturę specjalistyczną.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Wyznaczanie rozkładów skończenie wymiarowych procesów stochastycznych. Obliczanie średniej procesu i funkcji kowariancji.	1
C2	Rozwiązywanie zadań dotyczących mierzalności procesu stochastycznego.	1
C3	Rozwiązywanie zadań dotyczących procesu Poissona i procesu Wienera.	2
C4	Rozwiązywanie zadań dotyczących czasów zatrzymania i martyngałów.	3
C5	Rozwiązywanie zadań dotyczących całki stochastycznej, stochastycznych równań różniczkowych i formuły Ito.	3
C6	Rozwiązywanie zadań dotyczących ogólnych modeli liniowych.	3
C7	Rozwiązywanie zadań dotyczących modeli AR(p), MA(q), ARMA(p,q).	2

LABORATORIUM KOMPUTEROWE		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
K1	Generowanie liczb zgodnie z ustalonym rozkładem. Symulacja procesu Wienera oraz procesu Poissona.	5
K2	Symulacja rozwiązań stochastycznych równań różniczkowych.	5

LABORATORIUM KOMPUTEROWE		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>K3</b>	Generowanie szeregów AR(p), MA(q), ARMA(p,q). Identyfikacja tych modeli.	5

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W1</b>	Definicja procesu stochastycznego, rozkłady skończone wymiarowe procesu, wartość średnia, funkcja kowariancji, twierdzenie o ciągłej modyfikacji.	2
<b>W2</b>	Baza stochastyczna, procesy prognozowalne, progresywnie mierzalne, nieantycypujące.	2
<b>W3</b>	Zbiory cylindryczne i rozkład procesu stochastycznego, rodziny zgodne rozkładów i twierdzenie Daniella-Kołmogorowa.	2
<b>W4</b>	Proces Poissona, jego własności i zastosowania. Złożony proces Poissona i jego zastosowania w finansach i ubezpieczeniach.	4
<b>W5</b>	Proces Wienera, własności trajektorii, kryteria "bycia procesem Wienera", wariacja kwadratowa, most Browna, geometryczny ruch Browna, informacja o wielowymiarowym procesie Wienera.	4
<b>W6</b>	Czas zatrzymania, własności. Chwila pierwszej wizyty w zbiorze. Sigma-ciało zbiorów obserwowalnych do chwili losowej. Proces zatrzymany.	2
<b>W7</b>	Martyngały, nadmartyngały, podmartyngały, definicja, własności. Nierówności maksymalne. Zbieżność martyngałów. Jednostajna całkowalność. Ciągła wersja twierdzenia Dooba.	6
<b>W8</b>	Stochastyczna całka Ito dla procesów prostych i dla procesów nieantycypujących, własności. Procesy Ito i formuła Ito. Twierdzenie o reprezentacji martyngału całkowalnego z kwadratem.	4
<b>W9</b>	Stochastyczne równania różniczkowe, geneza. Twierdzenie o istnieniu jednoznacznego rozwiązania w mocnym sensie. Rozwiązanie ogólne układu liniowego stochastycznych równań różniczkowych. Zastosowanie stochastycznych równań różniczkowych do analizy rozwiązań równań różniczkowych cząstkowych.	6
<b>W10</b>	Szeregi czasowe: model filtru liniowego, funkcja przenoszenia, model stabilny. Szeregi czasowe stacjonarne w węższym i szerszym sensie, funkcja autokowariancji i autokorelacji i ich estymacja. Analiza częstotliwościowa modeli stacjonarnych, periodogram, spektrum, funkcja gęstości spektralnej.	5
<b>W11</b>	Proces liniowy: funkcja tworząca autokowariancji, warunki stacjonarności i odwracalności. Procesy AR(p): warunki stacjonarności i odwracalności, funkcja autokorelacji i spektrum, równania Yule'a-Walkera, funkcja autokorelacji cząstkowej.	4

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W12</b>	Procesy MA(q) : warunki stacjonarności i odwracalności, funkcja autokorelacji i spektrum. Procesy ARMA(p,q): warunki stacjonarności i odwracalności, funkcja autokorelacji i spektrum, prognozowanie.	4

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Ćwiczenia laboratoryjne

N4 Konsultacje

N5 e-learning

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	75
Konsultacje przedmiotowe	10
Egzaminy i zaliczenia w sesji	5
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	90
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>180</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	6.00

## 9 SPOSOBY OCENY

OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

**OCENA PODSUMOWUJĄCA**
**P1 Egzamin pisemny**
**WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU**

**W1** Dwa sprawdziany na Ćwiczeniach. Bieżące rozwiązywanie zadań przy pomocy pakietów komputerowych na Laboratorium. Egzamin pisemny w sesji egzaminacyjnej. Ustala się ocenę ważoną OW następująco:  $OW=0,6*OE+0,2*OC+0,2*OL$  gdzie OE oznacza ocenę uzyskaną na egzaminie, OC ocenę uzyskaną na Ćwiczeniach, OL ocenę uzyskaną na Laboratorium. Jeśli OW należy do przedziału  $[3;3.25)$ , to  $OK=3$ , gdzie OK oznacza ocenę końcową z przedmiotu. Jeśli OW należy do przedziału  $[3.25;3.75)$ , to  $OK=3.5$ . Jeśli OW należy do przedziału  $[3.75;4.25)$ , to  $OK=4$ . Jeśli OW należy do przedziału  $[4.25;4.75)$ , to  $OK=4.5$ . Jeśli OW należy do przedziału  $[4.75;5]$ , to  $OK=5$ .

**KRYTERIA OCENY**

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Nie zna podstawowych pojęć analizy stochastycznej.
NA OCENĘ 3.0	Student zna około połowy pojęć podstawowych.
NA OCENĘ 3.5	Student zna około połowy podstawowych pojęć i zna ich własności.
NA OCENĘ 4.0	Student zna około 75% podstawowych pojęć i zna ich własności.
NA OCENĘ 4.5	Student zna prawie wszystkie pojęcia i zna ich własności.
NA OCENĘ 5.0	Student zna wszystkie pojęcia i wszystkie dowody omawianych własności.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Nie potrafi przeprowadzić obliczeń związanych z modelowaniem przy użyciu procesu Poissona, procesu Wienera, związane z zagadnieniem martyngałów.
NA OCENĘ 3.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i rozpocząć obliczenia.
NA OCENĘ 3.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i wykonać poprawnie niektóre obliczenia.
NA OCENĘ 4.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie większość obliczeń.
NA OCENĘ 4.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie prawie wszystkie obliczenia.
NA OCENĘ 5.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie wszystkie obliczenia.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Nie potrafi zastosować formuły Ito.
NA OCENĘ 3.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i rozpocząć obliczenia.
NA OCENĘ 3.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i wykonać poprawnie niektóre obliczenia.

NA OCENĘ 4.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i wykonać poprawnie większość obliczeń.
NA OCENĘ 4.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie prawie wszystkie obliczenia
NA OCENĘ 5.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie wszystkie obliczenia.
EFEKT KSZTAŁCENIA 6	
NA OCENĘ 2.0	Nie potrafi przeprowadzić obliczeń związanych z zagadnieniem szeregów czasowych ARMA.
NA OCENĘ 3.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i rozpocząć obliczenia.
NA OCENĘ 3.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i wykonać niektóre obliczenia.
NA OCENĘ 4.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i wykonać poprawnie większość obliczeń.
NA OCENĘ 4.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie prawie wszystkie obliczenia.
NA OCENĘ 5.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie wszystkie obliczenia.
EFEKT KSZTAŁCENIA 7	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zdaje sobie sprawy z ograniczeń własnej wiedzy i nie rozumie potrzeby dalszego kształcenia się
NA OCENĘ 3.0	Uczestniczy w większości zajęć.
NA OCENĘ 3.5	Uczestniczy w większości zajęć, ma świadomość potrzeby dalszego kształcenia się.
NA OCENĘ 4.0	Uczestniczy regularnie w zajęciach, ma świadomość potrzeby dalszego kształceniasię, sporadycznie zabiera głos w dyskusjach.
NA OCENĘ 4.5	Uczestniczy regularnie w zajęciach, ma świadomość potrzeby dalszego kształceniasię, często zabiera głos w dyskusjach.
NA OCENĘ 5.0	Uczestniczy we wszystkich zajęciach, ma świadomość potrzeby dalszego kształcenia się, zabiera głos w dyskusjach i argumentuje swoje zdanie.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W01 K_W04 K_W07 K_W09	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 K1 K2 K3 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12	N1 N2 N3 N4 N5	F1 P1
EK4	K_U11 K_U16 K_U18	Cel 1	C1 C2 C3 C4 W4 W5 W6 W7	N1 N2 N3 N4 N5	F1 P1
EK5	K_U16 K_U18	Cel 1	C1 C2 C5 K2 W8 W9	N1 N2 N3 N4 N5	F1 P1
EK6	K_U12 K_U18 K_U22	Cel 1	C6 C7 K3 W10 W11 W12	N1 N2 N3 N4 N5	F1 P1
EK7	K_K01 K_K06	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 K1 K2 K3 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12	N1 N2 N3 N4 N5	P1

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] R. Lipcer, A. Szirjajew — *Statystyka procesów stochastycznych*, Warszawa, 1981, PWN
- [2 ] A.D. Wentzell — *Wykłady z teorii procesów stochastycznych*, Warszawa, 1980, PWN
- [3 ] A. Plucińska, E. Pluciński — *Probabilistyka : rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna, procesy stochastyczne*, Warszawa, 2009, WNT

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1 ] A. Janicki, A. Izydorzycy — *Komputerowe metody w modelowaniu stochastycznym*, Warszawa, 2001, WNT
- [2 ] J. Jakubowski, R. Sztencel — *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, Warszawa, 2010, Script

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Marek Malinowski (kontakt: mmalinowski@pk.edu.pl)



## OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 Dr Marek Malinowski (kontakt: mmalinowski@pk.edu.pl)

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....