

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2019/2020

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|   |                        |
|---|------------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Analiza matematyczna I |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM | Calculus I             |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WiT M oIS B6 19/20     |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty podstawowe  |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 10.00                  |
| SEMESTRY                                | 2                      |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 2       | 60     | 60        | 0            | 0                                | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Zapoznanie studentów z rachunkiem różniczkowym i całkowym funkcji rzeczywistych zmiennej rzeczywistej.

**Cel 2** Zapoznanie studentów z teorią ciągów i szeregów funkcyjnych, ze szczególnym uwzględnieniem szeregów potęgowych.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie przedmiotów matematycznych z pierwszego semestru studiów I stopnia.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna podstawowe definicje i twierdzenia z rachunku różniczkowego i całkowego funkcji rzeczywistych zmiennej rzeczywistej oraz z teorii ciągów i szeregów funkcyjnych ze szczególnym uwzględnieniem szeregów potęgowych.

**EK2 Umiejętności** Student potrafi spojrzeć kompleksowo na zdobytą wiedzę z rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej zmiennej oraz z teorii ciągów i szeregów funkcyjnych, a także umie zastosować poznane twierdzenia i metody rozwiązując zadania przekrojowe z tego zakresu.

**EK3 Umiejętności** Student umie rozwiązywać zadania cząstkowe dotyczące funkcji różniczkowalnych i całkowalnych oraz ich zastosowań. Student potrafi rozwiązywać zadania cząstkowe dotyczące własności i zbieżności ciągów i szeregów funkcyjnych.

**EK4 Kompetencje społeczne** Student regularnie i aktywnie uczestniczy w zajęciach. Student rozpoznaje braki w swojej wiedzy i próbuje je uzupełniać pracując z materiałami dodatkowymi umieszczonymi na platformie e-learningowej oraz korzystając z literatury.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD    |   |                  |
|-----------|---|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH  | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W1</b> | Pochodna funkcji jednej zmiennej rzeczywistej oraz jej interpretacja geometryczna i fizyczna.   | 2                |
| <b>W2</b> | Podstawowe twierdzenia dotyczące funkcji różniczkowalnych, twierdzenia o wartości średniej, reguła de L'Hospitala. Twierdzenie Taylora.   | 8                |
| <b>W3</b> | Zastosowania rachunku różniczkowego, badanie przebiegu zmienności funkcji.  | 6                |
| <b>W4</b> | Różniczkowalność funkcji wektorowych argumentu skalarne   | 2                |
| <b>W5</b> | Funkcja pierwotna, definicja i własności. Istnienie funkcji pierwotnej dla funkcji ciągłej (informacyjnie).   | 2                |
| <b>W6</b> | Całka nieoznaczona, definicja i własności. Podstawowe metody całkowania. Całkowanie różnych klas funkcji elementarnych.   | 8                |
| <b>W7</b> | Całka Newtona-Leibniza, Darboux, Riemanna. Interpretacja, własności i metody całkowania. Całkowalność funkcji ciągłych. Twierdzenia o wartości średniej dla całek. Funkcja górnej granicy całkowania. Wzór Newtona-Leibniza. Całki niewłaściwe. | 8                |
| <b>W8</b> | Zastosowania całki oznaczonej, ze szczególnym uwzględnieniem zastosowań geometrycznych: pola trapezu krzywoliniowego, długości krzywej, objętości bryły obrotowej, pola powierzchni bocznej bryły obrotowej.                                    | 6                |

| WYKŁAD     |   |                  |
|------------|---|------------------|
| LP         | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH  | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W9</b>  | Ciągi funkcyjne i ich zbieżność punktowa i jednostajna. Własności granicy ciągu zbieżnego jednostajnie. Twierdzenie o różniczkowaniu i całkowaniu ciągu funkcyjnego wyraz po wyrazie.   | 4                |
| <b>W10</b> | Szeregi funkcyjne i ich zbieżność punktowa, bezwzględna i jednostajna. Kryteria zbieżności jednostajnej, w szczególności kryterium Weierstrassa. Własności sumy szeregu zbieżnego jednostajnie. Twierdzenie o różniczkowaniu i całkowaniu szeregu funkcyjnego wyraz po wyrazie. | 4                |
| <b>W11</b> | Szeregi potęgowe - definicja, promień zbieżności, przedział zbieżności, twierdzenie Cauchy'ego- Hadamarda. Rozwijanie funkcji w szeregi potęgowe, podstawowe rozwinięcia, zastosowania.   | 4                |
| <b>W12</b> | Norma, przestrzenie unormowane, metryka wyznaczona przez normę. Przykłady przestrzeni unormowanych.   | 3                |
| <b>W13</b> | Ciągi w przestrzeniach unormowanych i ich zbieżność, zupełność przestrzeni unormowanej, przestrzenie Banacha. Szeregi w przestrzeniach Banacha.   | 3                |

| ĆWICZENIA |   |                  |
|-----------|---|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH  | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C1</b> | Obliczanie pochodnych, badanie różniczkowalności funkcji, wskazywanie przykładów funkcji ciągłych i nieróżniczkowalnych, różniczkowalnych o nieciągłej pochodnej. Wyznaczanie stycznych do wykresu funkcji. Obliczanie pochodnych rzędów wyższych.  | 8                |
| <b>C2</b> | Zastosowanie twierdzeń Rolle'a, Lagrange'a, Cauchy'ego. Zastosowanie reguły de l'Hospitala. Zastosowanie rachunku różniczkowego do: wykazywania tożsamości, nierówności, wyznaczania ekstremów globalnych funkcji. Badanie przebiegu zmienności funkcji. Wykorzystanie wzoru Taylora. Zastosowania rachunku różniczkowego, w szczególności wyznaczanie ekstremów lokalnych i globalnych, badanie przebiegu zmienności funkcji, zadania optymalizacyjne. | 10               |
| <b>C3</b> | Wykorzystanie twierdzeń o całkowaniu przez części, o całkowaniu przez podstawianie, zmianę zmiennych. Całkowanie przez rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste. Całkowanie funkcji trygonometrycznych. Całkowanie funkcji niewymiernych.   | 10               |
| <b>C4</b> | Obliczanie całek oznaczonych Riemanna z definicji oraz przy użyciu całki Newtona-Leibniza. Wykorzystanie sum całkowych Riemanna do wyznaczania sum szeregów. Badanie zbieżności całek niewłaściwych, zastosowanie kryterium całkowego do badania zbieżności szeregów liczbowych.  | 6                |
| <b>C5</b> | Wykorzystanie geometrycznej interpretacji całki funkcji nieujemnej. Zastosowanie całki do obliczania długości łuków, pola zbiorów, objętości i pola powierzchni brył obrotowych.  | 8                |

| ĆWICZENIA |   |                  |
|-----------|---|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH  | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C6</b> | Badanie zbieżności ciągów i szeregów funkcyjnych.   | 6                |
| <b>C7</b> | Wyznaczanie promieni zbieżności i przedziałów zbieżności szeregów potęgowych. Wyznaczanie rozwinięć funkcji z wykorzystaniem podstawowych rozwinięć poznanych na wykładzie. Zastosowanie twierdzenia o różniczkowaniu i o całkowaniu szeregu wyraz po wyrazie. Zastosowanie rozwinięć funkcji w szeregi potęgowe do obliczania całek oznaczonych oraz rozwiązywania równań. | 6                |
| <b>C8</b> | Sprawdzanie, czy dane odwzorowanie jest normą. Obliczanie norm elementów przestrzeni unormowanych oraz odległości między tymi elementami, ze szczególnym uwzględnieniem przestrzeni funkcji ciągłych. Badanie zbieżności ciągów w przestrzeniach unormowanych.  | 6                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady

**N2** Zadania tablicowe

**N3** Konsultacje

**N4** E-learning (na platformie ELF)

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI   | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--|---|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |   |
| Godziny wynikające z planu studiów   | 120   |
| Konsultacje przedmiotowe   | 20  |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji  | 10  |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |   |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 100   |
| Opracowanie wyników  | 0   |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji   | 0   |
| zapoznanie się z materiałami na platformie e-learningowej  | 50  |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>300</b>  |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU  | 10.00   |

## 9 SPOSOBY OCENY

Aktywność na ćwiczeniach i w pracy z materiałami na platformie e-learningowej nie jest warunkiem koniecznym uzyskania zaliczenia ćwiczeń (ocena P3), ale może podwyższyć ocenę wynikającą z liczby punktów otrzymanych na przeprowadzonych kartkówkach i kolokwiach.

### OCENA FORMUJĄCA

**F1** Kolokwia i kartkówki

**F2** Aktywność na ćwiczeniach i w pracy z materiałami na platformie e-learningowej

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Egzamin ustny

**P2** Egzamin pisemny

**P3** Zaliczenie ćwiczeń (F1 & F2)

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** Ocena P3 jest oceną z ćwiczeń. Do egzaminu w pierwszym terminie mogą przystąpić wyłącznie studenci, którzy otrzymali zaliczenie z ćwiczeń, tzn. uzyskali na przeprowadzonych kolokwiach i kartkówkach więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.

**W2** Egzamin składa się z części pisemnej i części ustnej. Wymagane jest zaliczenie obu części egzaminu.

**W3** Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną ocen P1, P2, P3.

**KRYTERIA OCENY**

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |   |
|---------------------|---|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje i podstawowe twierdzenia z przedstawionej na wykładach wiedzy (na podstawie odpowiedzi na trzy wylosowane zagadnienia z podanej listy).   |
| NA OCENĘ 3.5        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na przynajmniej jedno z wylosowanych trzech zagadnień.   |
| NA OCENĘ 4.0        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na dwa z wylosowanych trzech zagadnień.  |
| NA OCENĘ 4.5        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na wszystkie wylosowane zagadnienia.   |
| NA OCENĘ 5.0        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student rozumiejąc zależności między poznanymi pojęciami, definicjami i twierdzeniami potrafi odpowiedzieć na dodatkowe pytania związane z wylosowanymi zagadnieniami. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |   |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.  |
| NA OCENĘ 3.5        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.   |
| NA OCENĘ 4.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.   |
| NA OCENĘ 4.5        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.   |
| NA OCENĘ 5.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.   |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |   |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.  |

|                     |   |
|---------------------|---|
| NA OCENĘ 3.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                         |
| NA OCENĘ 3.5        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                            |
| NA OCENĘ 4.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                            |
| NA OCENĘ 4.5        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                            |
| NA OCENĘ 5.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                            |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |   |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student rozumiejąc potrzebę kształcenia uczęszcza regularnie na wykłady i ćwiczenia.  |
| NA OCENĘ 4.0        | Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy regularnie i aktywnie uczestniczy w wykładach i ćwiczeniach.   |
| NA OCENĘ 5.0        | Student wykazuje umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4. Ponadto odczuwa potrzebę pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu i aktywnie korzysta z materiałów umieszczonych na platformie e-learningowej oraz z literatury dodatkowej. |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE                                   | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--|-----------------|---|-----------------------|---------------|
| EK1               | K_W01 K_W02<br>K_W03 K_W04<br>K_W07  | Cel 1 Cel 2     | W1 W2 W3 W4<br>W5 W6 W7 W8<br>W9 W10 W11<br>W12 W13 | N1 N3 N4              | P1            |

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓLOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE          | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--|-----------------|----------------------------|-----------------------|---------------|
| EK2               | K_U01 K_U09<br>K_U10 K_U12a<br>K_U12b K_U13                                    | Cel 1 Cel 2     | C1 C2 C3 C4 C5<br>C6 C7 C8 | N1 N2 N3 N4           | P2            |
| EK3               | K_U01 K_U09<br>K_U10 K_U12a<br>K_U12b K_U13                                    | Cel 1 Cel 2     | C1 C2 C3 C4 C5<br>C6 C7 C8 | N1 N2 N3 N4           | F1 F2 P3      |
| EK4               | K_K01 K_K02<br>K_K06   | Cel 1 Cel 2     | C1 C2 C3 C4 C5<br>C6 C7 C8 | N2 N4                 | F2 P3         |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] **M. Gewert, Z. Skoczylas** — *Analiza matematyczna 1,2 (denicje, twierdzenia, wzory/ przykłady, zadania)*, Wrocław, 2009, GiS
- [2 ] **R. Rudnicki** — *Wykłady z analizy matematycznej*, Warszawa, 2006, PWN
- [3 ] **T. Winiarska, T. Winiarski** — *Wykłady z analizy matematycznej, część I*, Kraków, 2010, Wyd. PK
- [4 ] **B.P. Demidowicz** — *Zbiór zadań i ćwiczeń z analizy matematycznej*, Lublin, 1992, Naukowa Książka
- [5 ] **J. Banaś, S. Wędrychowicz** — *Zbiór zadań z analizy matematycznej*, Warszawa, 2006, WNT

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1 ] **W. Kaczor, M. Nowak** — *Zadania z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2005, PWN
- [2 ] **W. Kołodziej** — *Analiza matematyczna*, Warszawa, 2010, PWN
- [3 ] **W. Kryszicki, L. Włodarski** — *Analiza matematyczna w zadaniach*, Warszawa, 2002, PWN
- [4 ] **W. Stankiewicz** — *Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych*, Warszawa, 1992, PWN
- [5 ] **W. Kryszewski** — *Wykład analizy matematycznej*, Toruń, 2009, Wyd. Naukowe UMK

### LITERATURA DODATKOWA

- [1 ] **Jay Abramson et al.** — *Precalculus, Calculus (Vol.1,2)*, <https://openstax.org/subjects/math>, 2020, <https://www.rice.edu>

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Beata Strycharz-Szemberg (kontakt: [szemberg@pk.edu.pl](mailto:szemberg@pk.edu.pl))





## OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Beata Strycharz-Szemberg (kontakt: [szemberg@pk.edu.pl](mailto:szemberg@pk.edu.pl))

2 dr Katarzyna Urbańska (kontakt: [kurbansk@pk.edu.pl](mailto:kurbansk@pk.edu.pl))

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....

.....