

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2017/2018

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|                                         |                          |
|-----------------------------------------|--------------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Wstęp do topologii       |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM | Introduction to Topology |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WFMiI M oIS B5 17/18     |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty podstawowe    |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 5.00                     |
| SEMESTRY                                | 2                        |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 2       | 30     | 30        | 0            | 0                                | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Gruntowne zaznajomienie studentów z podstawowymi pojęciami, twierdzeniami i przykładami topologii przestrzeni metrycznych oraz początkami topologii ogólnej.

**Cel 2** WYROBIE NIE U STUDENTÓW SPRAWNOŚCI W BADANIU PODZBIORÓW PRZESTRZENI EUKLIDESOWYCH I ODWZOROWAŃ MIĘDZY TYMI PODZBIORAMI POD KĄTEM PODSTAWOWYCH WŁASNOŚCI METRYCZNYCH I TOPOLOGICZNYCH.

**Cel 3** Wyposażenie studentów w wiadomości, umiejętności i intuicje z zakresu elementarnej topologii niezbędne do dalszego studiowania Matematyki (szczególnie analizy matematycznej, równań różniczkowych i geometrii różniczkowej).

**Cel 4** Rozwinięcie u studentów umiejętności redagowania tekstów matematycznych oraz jasnego, poprawnego i precyzyjnego mówienia o zagadnieniach matematycznych.

**Cel 5** Rozwinięcie ogólnej kultury matematycznej studentów.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie przedmiotu WSTĘP DO LOGIKI I TEORII MNOGOŚCI.

2 Zaliczenie przedmiotu WSTĘP DO ANALIZY MATEMATYCZNEJ.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna i rozumie podstawowe definicje i twierdzenia topologii przestrzeni metrycznych. Zna również standardowe przykłady ilustrujące te definicje i twierdzenia.

**EK2 Wiedza** Student zna i rozumie pojęcie przestrzeni topologicznej oraz relacje między tym pojęciem a pojęciem przestrzeni metrycznej.

**EK3 Umiejętności** Student potrafi badać i określać podstawowe własności metryczne i topologiczne podzbiorów przestrzeni metrycznych oraz odwzorowań między przestrzeniami metrycznymi. Posiada intuicje dotyczące metrycznych i topologicznych własności podzbiorów przestrzeni euklidesowych oraz odwzorowań między tymi przestrzeniami.

**EK4 Umiejętności** Student potrafi - w stosunkowo prostych przypadkach - znaleźć homeomorfizm (izometrię) między dwoma podzbiórami przestrzeni euklidesowych albo wykazać, że te podzbiory nie są homeomorficzne (izometryczne).

**EK5 Umiejętności** Student rozpoznaje podstawowe pojęcia i fakty z topologii używane w innych dziedzinach Matematyki. Potrafi zastosować swoje wiadomości z topologii do rozwiązywania problemów z innych dziedzin Matematyki.

**EK6 Umiejętności** Student poprawnie i komunikatywnie przedstawia w mowie i na piśmie (w języku polskim) niezbyt trudne zagadnienia i rozumowania matematyczne.

**EK7 Kompetencje społeczne** Student potrafi samodzielnie poszerzać i pogłębiać swoje wiadomości z topologii oraz dzielić się nimi z laikami.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                  |
|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP     | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BŁOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | LICZBA<br>GODZIN |
| W1     | Przestrzenie metryczne - wprowadzenie: definicje metryki i przestrzeni metrycznej, przykłady metryk (w szczególności metryka euklidesowa, metryka Czebyszewa i metryka Hamminga); kule i sfery; zbiory ograniczone; odległość punktu od zbioru, odległość między zbiorami, średnica zbioru; granica ciągu punktów, punkt skupienia zbioru, ciągi Cauchyego, przestrzenie zupełne; zbiory otwarte i domknięte, otoczenie punktu, wnętrze, domknięcie i brzeg; zbiory gęste i nigdzie gęste; metryka indukowana. | 8                |

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                  |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W2</b> | Ciągłość: Heinego i Cauchyego definicje ciągłości w punkcie; pojęcie odwzorowania ciągłego przestrzeni metrycznych; granica odwzorowania w punkcie; najprostsze twierdzenia o odwzorowaniach ciągłych; odwzorowania izometryczne i homeomorfizmy, własności metryczne i własności topologiczne.                                                                                                 | 5                |
| <b>W3</b> | Iloczyn kartezjański przestrzeni metrycznych.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 3                |
| <b>W4</b> | Zwartość: definicja ciągowa i definicja pokryciowa, twierdzenie Borela - Lebesguea; najprostsze własności przestrzeni i zbiorów zwartych; twierdzenie Bolzano - Weierstrassa, podzbiory zwarte przestrzeni euklidesowych; twierdzenie o obrazie ciągłym zbioru zwartego i twierdzenie Weierstrassa o osiągnięciu kresów; jednostajna ciągłość, twierdzenie Heinego - Cantora.                   | 5                |
| <b>W5</b> | Spójność: definicja spójnej przestrzeni metrycznej; najprostsze twierdzenia o przestrzeniach i zbiorach spójnych (w szczególności twierdzenie o połączeniu zbiorem spójnym); drogi i pętle, drogowa spójność, obszary w przestrzeniach euklidesowych (i unormowanych); składowe spójne; podzbiory spójne prostej rzeczywistej; twierdzenie o obrazie ciągłym zbioru spójnego, własność Darboux. | 5                |
| <b>W6</b> | Równoważność metryk i przestrzenie topologiczne: równoważność i lipschitzowska równoważność metryk; topologia i kotopologia przestrzeni metrycznej; definicja przestrzeni topologicznej, przykłady przestrzeni topologicznych; przestrzenie Hausdorffa; metryzowalność.                                                                                                                         | 4                |

| ĆWICZENIA |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                  |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C1</b> | Przestrzenie metryczne - wprowadzenie: przykłady metryk, obliczanie odległości między zbiorami i średnic zbiorów w różnych przestrzeniach metrycznych, przykłady kul, badanie zbieżności ciągów, znajdowanie punktów skupienia, badanie otwartości i domkniętości, wyznaczanie wnętrza, domknięć i brzegów (głównie w przypadku podzbiorów przestrzeni euklidesowych), przykłady przestrzeni zupełnych i niezupełnych. | 9                |
| <b>C2</b> | Ciągłość: badanie ciągłości odwzorowań różnych przestrzeni metrycznych (z naciskiem na funkcje rzeczywiste określone w podzbiorach przestrzeni euklidesowych), znajdowanie granic odwzorowań, niektóre operacje na odwzorowaniach ciągłych (np. zestawienie, iloczyn kartezjański i sklejenie), zbiory zdefiniowane za pomocą równań i nierówności między funkcjami ciągłymi, przykłady izometrii i homeomorfizmów.    | 6                |
| <b>C3</b> | Zwartość: badanie zwartości za pomocą definicji ciągowej i pokryciowej, przykłady podzbiorów zwartych przestrzeni euklidesowych i funkcyjnych, znajdowanie kresów funkcji ciągłych na zbiorach zwartych, zwartość jako własność topologiczna, przykłady funkcji jednostajnie ciągłych.                                                                                                                                 | 5                |

| ĆWICZENIA |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                  |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                        | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C4</b> | Spójność: badanie spójności podzbiorów różnych przestrzeni metrycznych, znajdowanie składowych spójnych, zbiory wypukłe i gwiaździste, continua, spójność jako własność topologiczna, konsekwencje własności Darboux (np. jednowymiarowe twierdzenie Brouwera o punkcie stałym i równania algebraiczne nieparzystych stopni). | 6                |
| <b>C5</b> | Równoważność metryk i przestrzenie topologiczne: badanie równoważności i lipschitzowskiej równoważności metryk, przykłady metryzowalnych i niemetryzowalnych przestrzeni topologicznych.                                                                                                                                      | 4                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady

**N2** Zadania tablicowe

**N3** Dyskusja

**N4** Konsultacje

**N5** Opracowywanie przez studentów na piśmie – poza regularnymi zajęciami – referatów nt. rozwiązań trudniejszych zadań lub zagadnień uzupełniających problematykę wykładów i ćwiczeń (projekty indywidualne).

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI                                                                                 | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |                                                         |
| Godziny wynikające z planu studiów                                                               | 60                                                      |
| Konsultacje przedmiotowe                                                                         | 2                                                       |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji                                                                    | 3                                                       |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |                                                         |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 85                                                      |
| Opracowanie wyników                                                                              | 0                                                       |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji                                           | 5                                                       |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>        | <b>155</b>                                              |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU                                                    | 5.00                                                    |

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

**F1** Kolokwium

**F2** Zadanie tablicowe

**F3** Projekt indywidualny

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Test

**P2** Egzamin ustny

**P3** Średnia ważona ocen formujących

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** Warunkiem koniecznym i wystarczającym dopuszczenia do egzaminu końcowego (który składa się z części testowej i części ustnej) jest przystąpienie do wszystkich kolokwii i uzyskanie na nich więcej niż połowy maksymalnej sumarycznej liczby punktów.

**W2** Warunkiem koniecznym i wystarczającym dopuszczenia do egzaminu ustnego jest zdobycie na teście egzaminacyjnym więcej niż połowy maksymalnej liczby punktów.

**W3** Warunkiem koniecznym i wystarczającym otrzymania pozytywnej oceny końcowej z przedmiotu (wpisanej do indeksu) jest uzyskanie – po przejściu egzaminu ustnego – pozytywnych ocen za wszystkie efekty kształcenia. Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną wszystkich (siedmiu) ocen za efekty kształcenia.

### KRYTERIA OCENY

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna lub nie rozumie podstawowych definicji i twierdzeń topologii przestrzeni metrycznych.                                                                                                                                                                                |
| NA OCENĘ 3.0        | Student poprawnie wypowiada podstawowe definicje i twierdzenia topologii przestrzeni metrycznych. Przytacza proste przykłady omówione na zajęciach.                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 3.5        | Student poprawnie wypowiada podstawowe definicje i twierdzenia topologii przestrzeni metrycznych. Objaśnia te definicje i twierdzenia za pomocą rozsądnie dobranych przykładów.                                                                                                      |
| NA OCENĘ 4.0        | Student poprawnie wypowiada podstawowe definicje i twierdzenia topologii przestrzeni metrycznych. Objaśnia te definicje i twierdzenia za pomocą przykładów pochodzących z zajęć lub znalezionych samodzielnie. Przeprowadza - rozumiejąc - prostsze dowody.                          |
| NA OCENĘ 4.5        | Student poprawnie wypowiada podstawowe definicje i twierdzenia topologii przestrzeni metrycznych. Biegle objaśnia te definicje i twierdzenia za pomocą przykładów pochodzących z zajęć lub znalezionych samodzielnie. Przeprowadza - rozumiejąc - i proste, i średnio trudne dowody. |
| NA OCENĘ 5.0        | Student poprawnie wypowiada podstawowe definicje i twierdzenia topologii przestrzeni metrycznych. Biegle posługuje się przykładami i umie znajdować je ad hoc. Zna i w pełni rozumie dowody wszystkich podstawowych twierdzeń.                                                       |

| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna lub nie rozumie pojęcia przestrzeni topologicznej.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| NA OCENĘ 3.0        | Student poprawnie wypowiada definicję przestrzeni topologicznej i wyjaśnia, dlaczego każda przestrzeń metryczna jest przestrzenią topologiczną.                                                                                                                                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 3.5        | Student poprawnie wypowiada definicję przestrzeni topologicznej i tłumaczy, dlaczego każda przestrzeń metryczna jest przestrzenią topologiczną. Potrafi podać i objasnić przykład niemetryzowalnej przestrzeni topologicznej.                                                                                                                                                               |
| NA OCENĘ 4.0        | Student poprawnie wypowiada definicję przestrzeni topologicznej, tłumaczy, dlaczego każda przestrzeń metryczna jest przestrzenią topologiczną, potrafi podać i objasnić kilka przykładów niemetryzowalnych przestrzeni topologicznych oraz porządnie sformułować jakiś warunek konieczny metryzowalności.                                                                                   |
| NA OCENĘ 4.5        | Student poprawnie wypowiada definicję przestrzeni topologicznej, wyjaśnia, dlaczego każda przestrzeń metryczna jest przestrzenią topologiczną, potrafi szczegółowo omówić kilka przykładów niemetryzowalnych przestrzeni topologicznych i porządnie sformułować jakiś warunek konieczny metryzowalności.                                                                                    |
| NA OCENĘ 5.0        | Student poprawnie wypowiada definicję przestrzeni topologicznej, wyjaśnia, dlaczego każda przestrzeń metryczna jest przestrzenią topologiczną, potrafi szczegółowo omówić kilka przykładów niemetryzowalnych przestrzeni topologicznych oraz sformułować i udowodnić jakiś warunek konieczny metryzowalności.                                                                               |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych własności metrycznych i topologicznych przysługujących podzbiorom przestrzeni metrycznych lub nie rozumie pojęcia ciągłości.                                                                                                                                                                                                                                   |
| NA OCENĘ 3.0        | Student poprawnie określa podstawowe własności metryczne i topologiczne nieskomplikowanych podzbiorów prostej, płaszczyzny i przestrzeni trójwymiarowej oraz rozpoznaje proste przykłady ciągłych i nieciągłych odwzorowań między przestrzeniami euklidesowymi.                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 3.5        | Student poprawnie określa podstawowe własności metryczne i topologiczne niezbyt skomplikowanych podzbiorów prostej rzeczywistej, płaszczyzny i przestrzeni trójwymiarowej, potrafi uzasadnić (niekoniecznie w pełni ściśle) swoje twierdzenia oraz umie badać odwzorowania między podzbiórmi przestrzeni euklidesowych pod kątem ciągłości.                                                 |
| NA OCENĘ 4.0        | Student poprawnie określa podstawowe własności metryczne i topologiczne podzbiorów prostej rzeczywistej, płaszczyzny i przestrzeni trójwymiarowej, a także – w prostych przykładach – innych przestrzeni metrycznych. Potrafi udowodnić większość swoich twierdzeń. Umie zbadać pod kątem ciągłości odwzorowanie między podzbiórmi przestrzeni euklidesowych mające dość złożoną definicję. |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 4.5        | Student poprawnie i biegle określa podstawowe własności metryczne i topologiczne różnych podzbiorów prostej rzeczywistej, płaszczyzny i przestrzeni trójwymiarowej, a także przestrzeni wyżej wymiarowych i nieeuklidesowych. Potrafi podać i uzasadnienia intuicyjne, i ścisłe dowody swoich twierdzeń. Sprawnie bada ciągłość odwzorowań między przestrzeniami euklidesowymi, a także – w prostych przypadkach – między innymi przestrzeniami metrycznymi. |
| NA OCENĘ 5.0        | Student biegle określa podstawowe własności metryczne i topologiczne różnych podzbiorów prostej rzeczywistej, płaszczyzny i przestrzeni trójwymiarowej, a także wyżej wymiarowych przestrzeni euklidesowych i niektórych przestrzeni nieeuklidesowych. Swoje twierdzenia potrafi uzasadnić intuicyjnie oraz udowodnić. Sprawnie bada ciągłość odwzorowań przy różnych metrykach.                                                                             |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie rozumie pojęć izometryczności i homeomorficzności.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| NA OCENĘ 3.0        | Student potrafi skonstruować izometrię (homeomorfizm) między dwoma nieskomplikowanymi podzbiórmi prostej lub płaszczyzny albo wykazać, że te podzbiory nie są izometryczne (homeomorficzne).                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi skonstruować izometrię (homeomorfizm) między dwoma niezbyt skomplikowanymi podzbiórmi przestrzeni euklidesowych wymiaru co najwyżej 3 albo wykazać, że te podzbiory nie są izometryczne (homeomorficzne).                                                                                                                                                                                                                                    |
| NA OCENĘ 4.0        | Student sprawnie rozpoznaje zbiory izometryczne (homeomorficzne) wśród danych niezbyt skomplikowanych podzbiorów przestrzeni euklidesowych. Zna typowe przykłady homeomorfizmów i par homeomorficznych oraz biegle posługuje się pojęciami własności topologicznej i metrycznej                                                                                                                                                                              |
| NA OCENĘ 4.5        | Student sprawnie rozpoznaje zbiory homeomorficzne (izometryczne) wśród danych podzbiorów przestrzeni euklidesowych. Biegle zna typowe homeomorfizmy i pary homeomorficzne. Sprawnie posługuje się pojęciami własności topologicznej i własności metrycznej. Posiada elementarne intuicje dotyczące izometryczności i homeomorficzności.                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 5.0        | Student rozpoznaje zbiory i przestrzenie izometryczne i homeomorficzne w dość skomplikowanych sytuacjach. Posiada biegłą znajomość typowych homeomorfizmów i par homeomorficznych. Biegle posługuje się pojęciem własności topologicznej i własności metrycznej. Ma wyrobione intuicje dotyczące homeomorficzności i izometryczności.                                                                                                                        |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 5 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie rozpoznaje pojęć topologicznych w definicjach, twierdzeniach, rozumowaniach dowodowych i zadaniach z innych dziedzin Matematyki.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| NA OCENĘ 3.0        | Student rozpoznaje pojęcia topologiczne w definicjach i wypowiedziach twierdzeń z innych dziedzin Matematyki. Potrafi wyjaśnić, jakie twierdzenie z topologii zostało wykorzystane w prostym rozumowaniu dowodowym lub rozwiązaniu zadania z innej dziedziny Matematyki.                                                                                                                                                                                     |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 3.5        | Student rozpoznaje i rozumie pojęcia topologiczne występujące w definicjach, wypowiedziach twierdzeń, dowodach i rozwiązaniach zadań z innych dziedzin Matematyki. Potrafi dokładnie wyjaśnić, jakie twierdzenie z topologii i w jaki sposób zostało wykorzystane w rozumowaniu dowodowym lub rozwiązaniu zadania z innej dziedziny Matematyki.                                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 4.0        | Student rozpoznaje i rozumie pojęcia topologiczne występujące w definicjach, wypowiedziach twierdzeń, dowodach i rozwiązaniach zadań z innych dziedzin Matematyki. Potrafi dokładnie wyjaśnić, jakie twierdzenie topologii i w jaki sposób zostało wykorzystane w rozumowaniu dowodowym lub rozwiązaniu zadania z innej dziedziny Matematyki. Używa wiadomości z topologii do rozwiązywania standardowych zadań z analizy matematycznej.                                                         |
| NA OCENĘ 4.5        | Student rozpoznaje i rozumie pojęcia topologiczne występujące w definicjach, wypowiedziach twierdzeń, dowodach i rozwiązaniach zadań z innych dziedzin Matematyki. Potrafi dokładnie wyjaśnić, jakie twierdzenie topologii i w jaki sposób zostało wykorzystane w rozumowaniu dowodowym lub rozwiązaniu zadania z innej dziedziny Matematyki. Sprawnie wykorzystuje wiadomości z topologii do rozwiązywania różnych zadań i problemów z analizy matematycznej.                                   |
| NA OCENĘ 5.0        | Student rozpoznaje i rozumie pojęcia topologiczne występujące w definicjach, wypowiedziach twierdzeń, dowodach i rozwiązaniach zadań z innych dziedzin Matematyki. Potrafi dokładnie wyjaśnić, jakie twierdzenie topologii i w jaki sposób zostało wykorzystane w rozumowaniu dowodowym lub rozwiązaniu zadania z innej dziedziny Matematyki. Biegłe posługuje się wiadomościami z topologii rozwiązując zadania i problemy z analizy matematycznej. Wykazuje się przy tym pewną oryginalnością. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 6 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie potrafi sformułować zrozumiałej wypowiedzi ani zredagować poprawnego tekstu matematycznego.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| NA OCENĘ 3.0        | Student poprawnie redaguje rozwiązania prostych zadań na kolokwiah. Potrafi zrozumiale komentować swoje poczynania przy tablicy. Podaje na egzaminie ustnym formalnie poprawne wypowiedzi definicji i twierdzeń.                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| NA OCENĘ 3.5        | Student poprawnie redaguje rozwiązania zadań na kolokwiah. Potrafi klarownie zaprezentować przy tablicy rozwiązanie niezbyt trudnego zadania. Podaje poprawne i jasne wypowiedzi definicji i twierdzeń na egzaminie ustnym.                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 4.0        | Student poprawnie i klarownie redaguje rozwiązania zadań na kolokwiah. Potrafi dokładnie omówić rozwiązanie zadania tablicowego". Na egzaminie ustnym podaje poprawne i jasne wypowiedzi definicji i twierdzeń oraz przedstawia we właściwy sposób proste rozumowania dowodowe.                                                                                                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 4.5        | Student poprawnie i jasno redaguje rozwiązania zadań na kolokwiah. Potrafi dokładnie i klarownie omówić rozwiązanie zadania tablicowego". Na egzaminie ustnym podaje poprawne i jasne wypowiedzi definicji i twierdzeń oraz we właściwy sposób referuje rozumowania dowodowe o średnim stopniu skomplikowania. Przedstawia co najmniej jeden dobrze napisany projekt indywidualny".                                                                                                              |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 5.0        | Student poprawnie i jasno redaguje rozwiązania zadań na kolokwiah. Potrafi dokładnie i klarownie omówić rozwiązanie zadania tablicowego". Na egzaminie ustnym podaje poprawne i jasne wypowiedzi definicji i twierdzeń oraz referuje we właściwy sposób skomplikowane rozumowania dowodowe. Przedstawia co najmniej jeden dobrze napisany projekt indywidualny".                 |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 7 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazuje żadnego zainteresowania przedmiotem lub nie potrafi włączyć się do nieformalnej rozmowy o zagadnieniach merytorycznych z przedmiotem związanych.                                                                                                                                                                                                            |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zadaje na zajęciach lub podczas konsultacji pytania o charakterze merytorycznym, dotyczące m.in. literatury wskazanej przez nauczycieli. Potrafi podjąć nieformalną rozmowę o zagadnieniach merytorycznych związanych z przedmiotem.                                                                                                                                     |
| NA OCENĘ 3.5        | Student zadaje na zajęciach lub podczas konsultacji rozsądne pytania, dotyczące m.in. literatury wskazanej przez nauczycieli. Potrafi prowadzić nieformalną rozmowę o zagadnieniach merytorycznych związanych z przedmiotem.                                                                                                                                                     |
| NA OCENĘ 4.0        | Student zadaje na zajęciach lub podczas konsultacji liczne rozsądne pytania i przejawia znajomość literatury wskazanej przez nauczycieli. Swobodnie prowadzi nieformalną rozmowę o zagadnieniach merytorycznych związanych z przedmiotem.                                                                                                                                        |
| NA OCENĘ 4.5        | Student często zadaje na zajęciach lub podczas konsultacji rozsądne i interesujące pytania oraz przejawia dobrą znajomość literatury wskazanej przez nauczycieli. Swobodnie prowadzi nieformalną rozmowę o zagadnieniach merytorycznych związanych z przedmiotem, przedstawiając w jej trakcie własne opinie i przemyślenia.                                                     |
| NA OCENĘ 5.0        | Student często zadaje na zajęciach lub podczas konsultacji rozsądne i interesujące pytania, przejawia bardzo dobrą znajomość literatury wskazanej przez nauczycieli oraz poszukuje dodatkowej literatury. Swobodnie prowadzi nieformalną rozmowę o zagadnieniach merytorycznych związanych z przedmiotem, przedstawiając w jej trakcie inspirujące opinie i przemyślenia własne. |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE             | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|-------------------------------|-----------------------|---------------|
| EK1               | K_W01 K_W02<br>K_W03 K_W04<br>K_W05 K_W07                                      | Cel 1           | W1 W2 W3 W4<br>W5 C1 C2 C3 C4 | N1 N2 N3 N4 N5        | F2 F3 P2 P3   |

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE                      | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY  |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------------------------|-----------------------|----------------|
| EK2               | K_W03 K_W05<br>K_W07                                                           | Cel 1           | W6 C5                                  | N1 N2 N3 N4 N5        | F2 F3 P2 P3    |
| EK3               | K_U01 K_U02<br>K_U06 K_U23                                                     | Cel 2           | C1 C2 C3 C4                            | N2 N3 N4 N5           | F1 F2 F3 P1 P3 |
| EK4               | K_U01 K_U23                                                                    | Cel 2           | W2 C2 C3 C4                            | N1 N2 N3 N4 N5        | F1 F2 F3 P1 P3 |
| EK5               | K_U23                                                                          | Cel 3           | W4 W5 C3 C4                            | N1 N2 N3 N4 N5        | F3 P2 P3       |
| EK6               | K_U01 K_U02<br>K_U06 K_U36                                                     | Cel 4           | W1 W2 W3 W4<br>W5 W6 C1 C2<br>C3 C4 C5 | N1 N2 N3 N5           | F1 F2 F3 P2 P3 |
| EK7               | K_K01 K_K02<br>K_K05                                                           | Cel 5           | W1 W2 W3 W4<br>W5 W6 C1 C2<br>C3 C4 C5 | N1 N2 N3 N4 N5        | F2 F3 P2 P3    |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | **R. Engelking, K. Sieklucki** — *Wstęp do topologii*, Warszawa, 1986, Państwowe Wydawnictwo Naukowe
- [2] | **K. Jaenich** — *Topologia*, Warszawa, 1998, Wydawnictwo Naukowe PWN
- [3] | **K. Kuratowski** — *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, Warszawa, 2004, Wydawnictwo Naukowe PWN
- [4] | **M. Malec** — *Przestrzenie metryczne: zbiór zadań z rozwiązaniami*, Kraków, 2001, Wydawnictwa AGH

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | **D. Brydak, E. Turdza** — *Zbiór zadań z teorii mnogości i teorii przestrzeni topologicznych i metrycznych*, Kraków, 1974, Wydawnictwo Naukowe WSP
- [2] | **R. Duda** — *Wprowadzenie do topologii. Cz. I, Topologia ogólna*, Warszawa, 1986, Państwowe Wydawnictwo Naukowe

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Marcin Skrzyński (kontakt: mskrzynski@pk.edu.pl)

**OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT**

**1** mgr Kamil Kular (kontakt: [kkular@pk.edu.pl](mailto:kkular@pk.edu.pl))

**2** dr Marcin Skrzyński (kontakt: [mskrzynski@pk.edu.pl](mailto:mskrzynski@pk.edu.pl))

**13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI**

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....

.....