

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2016/2017

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|                                         |                                              |
|-----------------------------------------|----------------------------------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Algebra liniowa z geometrią analityczną II   |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM | Linear algebra with the analitic geometry II |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WFMiI M oIS B4 16/17                         |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty podstawowe                        |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 8.00                                         |
| SEMESTRY                                | 2                                            |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 2       | 45     | 45        | 0            | 0                                | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Nauczyć studentów podstawowych metod algebraicznych i geometrycznych niezbędnych w analizie, równaniach różniczkowych, teorii prawdopodobieństwa itd., aktywnie stosowanych we współczesnej ekonomii, finansach, kryptografii, kodowaniu itd.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Matematyka na poziomie szkolnym zaawansowanym oraz zaliczenie pierwszego semestru

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia stosujące się struktury przekształceń liniowych, przestrzeni afinicznych, operatorów liniowych i ich macierzy, przestrzeni z iloczynem skalarnym i przestrzeni afinicznych

**EK2 Umiejętności** Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia stosujące się struktury przekształceń liniowych, przestrzeni afinicznych, operatorów liniowych i ich macierzy, przestrzeni z iloczynem skalarnym i przestrzeni afinicznych, lecz również zilustrować ich przykładami i rozwiązać zadania z tej dziedziny

**EK3 Wiedza** Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia stosujące się form dwuliniowych i kwadratowych oraz algebry wieloliniowej

**EK4 Kompetencje społeczne** Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia stosujące się form dwuliniowych i kwadratowych oraz algebry wieloliniowej, lecz również zilustrować ich przykładami i rozwiązać zadania z tej dziedziny, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, w językach obcych, potrafi formować opinie na temat podstawowych zagadnień

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                  |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP     | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | LICZBA<br>GODZIN |
| W1     | Struktury przekształceń liniowych: wartości i wektory własne endomorfizmu (macierzy), podprzestrzenie własne, wielomian charakterystyczny. Diagonalizacja macierzy. Podprzestrzenie niezmiennicze. Twierdzenie Hamiltona-Cayleya. Klatka Jordana, postać Jordana macierzy                                                                                                               | 10               |
| W2     | Przestrzenie afiniczne: wektory swobodne i zaczepione. Podprzestrzenie afiniczne. Współrzędne punktów i płaszczyzn. Równania prostej i płaszczyzny, wzajemne położenia prostych i płaszczyzn                                                                                                                                                                                            | 5                |
| W3     | Przestrzenie z iloczynem skalarnym: iloczyn skalarny, definicje przestrzeni euklidesowej i przestrzeni unitarnej. Długość wektora, kąt między wektorami, odległość punktu od prostej i płaszczyzny. Iloczyn wektorowy i jego zastosowanie. Baza ortogonalna, proces ortogonalizacji Grama-Schmidta. Dopełnienie ortogonalne. Izomorfizm przestrzeni euklidesowej i przestrzeni dualnej. | 10               |
| W4     | Operatory liniowe i ich macierze: Operator sprzężony. Operator normalny. Operator samosprzężony. Operatory i macierze ortogonalne. Grupy liniowe, grupy izometrii, grupy podobieństw                                                                                                                                                                                                    | 8                |
| W5     | Formy dwuliniowe i kwadratowe: formy dwuliniowe, ich macierze, transformacja macierzy przy zmianie bazy. Formy kwadratowe, formy biegunowe. Przekształcenie form kwadratowych do postaci kanonicznej (metodą Lagrangea i za pomocą przekształceń ortogonalnych). Krzywe algebraiczne i powierzchnie drugiego stopnia. Formy nieujemne (dodatnie) określone. Twierdzenie Sylwestera.     | 8                |

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                  |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                      | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W6</b> | Algebra wieloliniowa: odwzorowania i formy wieloliniowe. Określenie iloczynów tensorowych przestrzeni liniowej, istnienie, wymiar, iloczyn tensorowy, przemienność, łączność, uniwersalność. Tensory, symetryczność, antysymetria. Współrzędne tensora w bazie. Algebra zewnętrzna, bazy potęg zewnętrznych | 4                |

| ĆWICZENIA |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                  |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C1</b> | Stryktura przekształceń liniowych: obliczanie wartości własnych, wektorów własnych i podprzestrzeni własnych, sprowadzenie macierzy do postaci schodkowej, sprowadzenie macierzy do postaci Jordana                                                                                                                                                                        | 10               |
| <b>C2</b> | Przestrzenie afiniczne: obliczanie współrzędnych afinicznych punktów w różnych układach współrzędnych, wyznaczenie równań prostych i płaszczyzn, badanie wzajemnego położenia prostych i płaszczyzn                                                                                                                                                                        | 5                |
| <b>C3</b> | Przestrzenie z iloczynem skalarnym: zastosowanie iloczynu skalarnego i iloczynu wektorowego. Obliczanie odległości punktu od prostej i płaszczyzny, kątów między prostymi i płaszczyznami. Ortogonalizacja bazy przestrzeni liniowej metodą Grama-Schmidta. Relacja między algebraicznym i geometrycznym opisem przekształceń i zbiorów algebraicznych pierwszego stopnia. | 10               |
| <b>C4</b> | Operatory liniowe i ich macierze: Obliczanie macierzy operatorów liniowych i ich diagonalizacja. Zastosowanie grup izometrii, grup podobieństw                                                                                                                                                                                                                             | 8                |
| <b>C5</b> | Formy dwuliniowe i kwadratowe: wyznaczenie macierzy formy dwuliniowej i formy kwadratowej. Sprowadzanie form kwadratowych do postaci kanonicznej (metodą Lagrange'a i za pomocą przekształceń ortogonalnych), sprowadzanie krzywych i powierzchni stopnia 2 do postaci kanonicznej (za pomocą przekształceń ortogonalnych)                                                 | 8                |
| <b>C6</b> | Algebra wieloliniowa: badanie własności odwzorowań wieloliniowych, badanie własności iloczynu tensorowego, zastosowanie tensorów. Wyznaczenie współrzędnych tensora w bazie, wyznaczenie iloczynu tensorowego macierzy. Własności iloczynu zewnętrznego, obliczanie potęgi zewnętrznej macierzy                                                                            | 4                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady

**N2** Konsultacje

**N3** Dyskusja

**N4** Praca w grupach

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI                                                                                 | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |                                                         |
| Godziny wynikające z planu studiów                                                               | 90                                                      |
| Konsultacje przedmiotowe                                                                         | 0                                                       |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji                                                                    | 0                                                       |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |                                                         |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 150                                                     |
| Opracowanie wyników                                                                              | 0                                                       |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji                                           | 0                                                       |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>240</b>                                              |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU                                                    | 8.00                                                    |

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Zaliczenie pisemne

P2 Egzamin pisemny

P3 Egzamin ustny

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Do egzaminu mogą przystąpić studenci, którzy zaliczyli ćwiczenia

W2 Egzamin pisemny składa się z części zadaniowej i teoretycznej

W3 Ocena końcowa jest sumą ocen P1, P2 i P3

### KRYTERIA OCENY

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |                                                                                                                                                                                      |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych pojęć o strukturze przekształcenia liniowego, operatorach liniowych i ich macierzach, przestrzeniach afinicznych i przestrzeniach z iloczynem skalarnym |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe pojęcia o strukturze przekształcenia liniowego, operatorach liniowych i ich macierzach, przestrzeniach afinicznych i przestrzeniach z iloczynem skalarnym                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturze przekształcenia liniowego, operatorach liniowych i ich macierzach, przestrzeniach afinicznych i przestrzeniach z iloczynem skalarnym, lecz również zilustrować ich przykładami                                                                                                                                                                                     |
| NA OCENĘ 4.0        | Student formuluje podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturze przekształcenia liniowego, operatorach liniowych i ich macierzach, przestrzeniach afinicznych i przestrzeniach z iloczynem skalarnym, może ich udowodnić i zilustrować przykładami, rozwiązuje podstawowe zadania                                                                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 4.5        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturze przekształcenia liniowego, operatorach liniowych i ich macierzach, przestrzeniach afinicznych i przestrzeniach z iloczynem skalarnym i ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru                                                                              |
| NA OCENĘ 5.0        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturze przekształcenia liniowego, operatorach liniowych i ich macierzach, przestrzeniach afinicznych i przestrzeniach z iloczynem skalarnym i ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych i niestandardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru                                                           |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych pojęć o strukturze przekształcenia liniowego, operatorach liniowych i ich macierzach, przestrzeniach afinicznych i przestrzeniach z iloczynem skalarnym, nie potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje                                                                                                                         |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe pojęcia o strukturze przekształcenia liniowego, operatorach liniowych i ich macierzach, przestrzeniach afinicznych i przestrzeniach z iloczynem skalarnym, potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje                                                                                                                                 |
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturze przekształcenia liniowego, operatorach liniowych i ich macierzach, przestrzeniach afinicznych i przestrzeniach z iloczynem skalarnym, potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje, lecz również zilustrować ich przykładami i rozwiązać elementarne zadania               |
| NA OCENĘ 4.0        | Student formuluje podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturze przekształcenia liniowego, operatorach liniowych i ich macierzach, przestrzeniach afinicznych i przestrzeniach z iloczynem skalarnym, potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje, może ich udowodnić, zilustrować przykładami oraz rozwiązać zadania teoretycznego i praktycznego charakteru |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 4.5        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturze przekształcenia liniowego, operatorach liniowych i ich macierzach, przestrzeniach afinicznych i przestrzeniach z iloczynem skalarnym, nie potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych zadań                                                        |
| NA OCENĘ 5.0        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturze przekształcenia liniowego, operatorach liniowych i ich macierzach, przestrzeniach afinicznych i przestrzeniach z iloczynem skalarnym, potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych i niestandardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych pojęć o formach dwuliniowych i kwadratowych oraz z algebry wieloliniowej                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe pojęcia o formach dwuliniowych i kwadratowych oraz z algebry wieloliniowej i ilustruje ich przykładami                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o formach dwuliniowych i kwadratowych oraz z algebry wieloliniowej, lecz również zilustrować ich przykładami                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| NA OCENĘ 4.0        | Student formułuje podstawowe pojęcia i zagadnienia o formach dwuliniowych i kwadratowych oraz z algebry wieloliniowej, może ich udowodnić i zilustrować przykładami oraz rozwiązać zadanie teoretycznego i praktycznego charakteru                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| NA OCENĘ 4.5        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o formach dwuliniowych i kwadratowych oraz z algebry wieloliniowej, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych zadań                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| NA OCENĘ 5.0        | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o formach dwuliniowych i kwadratowych oraz z algebry wieloliniowej, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych i niestandardowych zadań praktycznego i teoretycznego charakteru                                                                                                                                                                                                                      |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych pojęć o formach dwuliniowych i kwadratowych oraz z algebry wieloliniowej, nie potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje, nie potrafi samodzielnie wyszukiwać informacji w literaturze, w językach obcych, nie potrafi formować opinii na temat podstawowych zagadnień                                                                                                                                     |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 3.0 | Student zna o formach dwuliniowych i kwadratowych oraz z algebry wieloliniowej, potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, w językach obcych, potrafi formować opinie na temat podstawowych zagadnień                                                                                                                                                                                                                               |
| NA OCENĘ 3.5 | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o formach dwuliniowych i kwadratowych oraz z algebry wieloliniowej, potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje, lecz również zilustrować ich przykładami i rozwiązać elementarne zadania, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, w językach obcych, potrafi formować opinie na temat podstawowych zagadnień                                                                                          |
| NA OCENĘ 4.0 | Student formułuje podstawowe pojęcia i zagadnienia o formach dwuliniowych i kwadratowych oraz z algebry wieloliniowej, potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje, może ich udowodnić, zilustrować przykładami oraz rozwiązać standardowe zadania, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, w językach obcych, potrafi formować opinie na temat podstawowych zagadnień                                                                                                        |
| NA OCENĘ 4.5 | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o formach dwuliniowych i kwadratowych oraz z algebry wieloliniowej, potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, w językach obcych, potrafi formować opinie na temat podstawowych zagadnień                    |
| NA OCENĘ 5.0 | Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o formach dwuliniowych i kwadratowych oraz z algebry wieloliniowej, potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych i niestandardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, w językach obcych, potrafi formować opinie na temat podstawowych zagadnień |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE    | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------|-----------------------|---------------|
| EK1               |                                                                                | Cel 1           | W1 W2 W3 C1<br>C2 C3 | N1 N2 N3 N4           | F1 P1 P2 P3   |
| EK2               |                                                                                | Cel 1           | W4 C4                | N1 N2 N3 N4           | F1 P1 P2 P3   |
| EK3               |                                                                                | Cel 1           | W3 W5 C5             | N1 N2 N3 N4           | F1 P1 P2 P3   |
| EK4               |                                                                                | Cel 1           | W6 C6                | N1 N2 N3 N4           | F1 P1 P2 P3   |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | A. Piękosz — *Algebra liniowa*, Kraków, 2009, PK
- [2] | A.I. Kostrikin — *Wstęp do algebry (cz 1,2)*, Warszawa, 2004, PWN
- [3] | J. Rutkowski — *Algebra liniowa w zadaniach*, Warszawa, 2010, PWN
- [4] | J. Gancarzewicz — *Algebra liniowa i jej zastosowania*, Kraków, 2004, UJ
- [5] | G. Banaszak, W. Gajda — *Elementy algebry liniowej (cz 1,2)*, Warszawa, 2002, WNT

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | A. Białynicki-Birula — *Algebra liniowa z geometrią*, Warszawa, 1976, PWN
- [2] | F. Leja — *Geometria analityczna*, Warszawa, 1972, PWN
- [3] | J. Gancarzewicz — *Arytmetyka*, Kraków, 2002, UJ
- [4] | P. Kajetanowicz, J. Wierzejewski — *Algebra z geometrią analityczną*, Warszawa, 2008, PWN
- [5] | J. Klukowska, I. Nabiałek — *Algebra dla studentów*, Warszawa, 1999, WNT

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

prof. dr hab. Orest Artemowicz (kontakt: [artemo@pk.edu.pl](mailto:artemo@pk.edu.pl))

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

- 1 Prof. dr hab. Orest Artemowicz (kontakt: [artemo@usk.pk.edu.pl](mailto:artemo@usk.pk.edu.pl))
- 2 Dr Marcin Skrzyński (kontakt: [pfskrzy@cyfronet.pl](mailto:pfskrzy@cyfronet.pl))
- 3 Mgr Kamil Kular (kontakt: [kamil\\_kular@wp.pl](mailto:kamil_kular@wp.pl))



## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....  
.....  
.....