

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2017/2018

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Informatyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: niestacjonarne

Kod kierunku: I

Stopień studiów: I

Specjalności: Brak specjalności

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|                                         |                       |
|-----------------------------------------|-----------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Algebra z geometrią   |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM |                       |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WFMiI I oIN B1 17/18  |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty podstawowe |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 5.00                  |
| SEMESTRY                                | 1                     |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 1       | 18     | 18        | 0            | 0                                | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Wprowadzenie podstawowych pojęć z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych.

**Cel 2** Wprowadzenie podstawowych pojęć z zakresu geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz z zakresu arytmetyki modularnej.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 brak wymagań wstępnych

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student objaśnia podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych

**EK2 Umiejętności** Student potrafi obliczyć iloczyn macierzy i wyznacznik macierzy, rozwiązać układ równań liniowych, wykonywać działania na liczbach zespolonych

**EK3 Wiedza** Student objaśnia podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej

**EK4 Umiejętności** Student potrafi rozwiązać proste zadanie z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej, potrafi się posługiwać prostymi metodami arytmetyki modularnej

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                         |                  |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                  | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W1</b> | Wstęp do matematyki: iloczyn kartezjański, relacja, relacja równoważnościowa, iloraz zbioru przez relację, funkcje, działania na funkcjach, funkcja odwrotna, przykłady.                                                | 2                |
| <b>W2</b> | Ciało liczb zespolonych: liczba zespolona, działania na liczbach zespolonych, postać trygonometryczna liczby zespolonej, działania na niej, twierdzenie de Moivre'a, pierwiastkowanie liczb zespolonych.                | 2                |
| <b>W3</b> | Rachunek wektorowy w $R^2$ i $R^3$ : przestrzeń afiniczna, iloczyn skalarny, wektorowy, mieszany.                                                                                                                       | 2                |
| <b>W4</b> | Przestrzenie wektorowe i odwzorowania liniowe: przestrzeń wektorowa, podprzestrzeń generowana, liniowa niezależność wektorów, baza, wymiar, definicja i własności odwzorowania liniowego.                               | 2                |
| <b>W5</b> | Macierze: reprezentacja macierzowa, działania na macierzach, macierz transponowana, symetryczna i antysymetryczna, odwrotna, forma liniowa, dwuliniowa, wieloliniowa.                                                   | 2                |
| <b>W6</b> | Wyznaczniki: definicja, własności.                                                                                                                                                                                      | 2                |
| <b>W7</b> | Wyznaczniki: rozwinięcie Laplacea, twierdzenie Cauchyego, wzory Kramera, wzory na elementy macierzy odwrotnej.                                                                                                          | 2                |
| <b>W8</b> | Podzielność liczb: własności relacji podzielności, dzielnik, dzielnik właściwy, liczba pierwsza, twierdzenie o rozkładzie na czynniki pierwsze, wnioski. Największy wspólny dzielnik, największa wspólna wielokrotność. | 2                |
| <b>W9</b> | Algorytm Euklidesa, uogólniony algorytm Euklidesa.                                                                                                                                                                      | 2                |

| ĆWICZENIA |                                                        |                  |
|-----------|--------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C1</b> | Wstęp do matematyki.                                   | 2                |
| <b>C2</b> | Ciało liczb zespolonych.                               | 2                |
| <b>C3</b> | Rachunek wektorowy w $R^2$ i $R^3$                     | 2                |
| <b>C4</b> | Przestrzenie wektorowe i odwzorowania liniowe.         | 2                |
| <b>C5</b> | Macierze.                                              | 2                |
| <b>C6</b> | Wyznaczniki.                                           | 2                |
| <b>C7</b> | Układy równań liniowych.                               | 2                |
| <b>C8</b> | Podzielność liczb.                                     | 2                |
| <b>C9</b> | Algorytmy Euklidesa.                                   | 2                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady

**N2** Zadania tablicowe

**N3** Dyskusja

**N4** Konsultacje

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI                                                                                 | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |                                                         |
| Godziny wynikające z planu studiów                                                               | 36                                                      |
| Konsultacje przedmiotowe                                                                         | 14                                                      |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji                                                                    | 10                                                      |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |                                                         |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 90                                                      |
| Opracowanie wyników                                                                              | 0                                                       |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji                                           | 0                                                       |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>150</b>                                              |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU                                                    | 5.00                                                    |

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

**F1** Kolokwium

**F2** Zadanie tablicowe

**F3** Odpowiedź ustna

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Egzamin pisemny

**P2** Test

**P3** Średnia ważona ocen formujących

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** 1. Zaliczenie ćwiczeń mogą uzyskać studenci, którzy regularnie uczęszczali na ćwiczenia

**W2** 2. Do egzaminu mogą przystąpić studenci, którzy wcześniej uzyskali zaliczenie ćwiczeń

**W3** 3. Egzamin składa się z części pisemnej, zawierającej zadania oraz z testu.

**W4** 4. Ocena końcowa jest średnią z ocen P1-P3.

### KRYTERIA OCENY

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych pojęć z jednej z następujących dziedzin: struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równan liniowych                                                                                                |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 3.5        | Student zna podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równan liniowych oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory                                                                                      |
| NA OCENĘ 4.0        | Student logicznie objaśnia podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równan liniowych oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory                                                                       |
| NA OCENĘ 4.5        | Student logicznie objaśnia podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równan liniowych oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. Poprawnie formułuje wnioski wynikające z tych twierdzeń.             |
| NA OCENĘ 5.0        | Student objaśnia z pełnym zrozumieniem podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równan liniowych oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. Poprawnie formułuje wnioski wynikające z tych twierdzeń. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie potrafi obliczyć iloczynu macierzy lub wyznacznika macierzy, lub rozwiązać układu równań liniowych do wymiaru 3x3 lub nie potrafi wykonać prostego działania na liczbach zespolonych                                                                                                     |
| NA OCENĘ 3.0        | Student potrafi obliczyć iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rozwiązać układ równań liniowych do wymiaru 3x3 i potrafi wykonać proste działania na liczbach zespolonych                                                                                                                           |
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi poprawnie obliczyć iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rozwiązać układ równań liniowych dowolnego wymiaru, potrafi wykonać proste działania na liczbach zespolonych i używać postaci trygonometrycznej liczby zespolonej                                                          |
| NA OCENĘ 4.0        | Student potrafi obliczyć iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rozwiązać układ równań liniowych dowolnego wymiaru, potrafi zastosować metodę rozwinięcia Laplace'a potrafi wykonać działania na liczbach zespolonych i używać postaci trygonometrycznej liczby zespolonej                           |
| NA OCENĘ 4.5        | Student potrafi poprawnie obliczyć iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rozwiązać układ równań liniowych dowolnego wymiaru, potrafi zastosować metodę rozwinięcia Laplace'a, potrafi wykonać działania na liczbach zespolonych, używać postaci trygonometrycznej liczby zespolonej                 |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 5.0        | Student potrafi bezbłędnie obliczyć iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rząd macierzy, rozwiązać układ równań liniowych dowolnego wymiaru, potrafi zastosować metodę rozwinięcia Laplace'a, potrafi wykonać działania na liczbach zespolonych, używać postaci trygonometrycznej liczby zespolonej z pełnym zrozumieniem wykorzystanych metod |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych pojęć z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej lub podstawowych pojęć z zakresu arytmetyki modularnej                                                                                                                                                                                          |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej                                                                                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 3.5        | Student zna podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory                                                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 4.0        | Student logicznie wyjaśnia podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory                                                                                                                                       |
| NA OCENĘ 4.5        | Student logicznie wyjaśnia podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. Poprawnie formułuje wnioski wynikające z tych twierdzeń.                                                                             |
| NA OCENĘ 5.0        | Student wyjaśnia z pełnym zrozumieniem podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. Poprawnie formułuje wnioski wynikające z tych twierdzeń.                                                                 |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie potrafi obliczyć iloczynu skalarnego, wektorowego lub mieszanego lub nie potrafi rozwiązać prostego zadania z geometrii analitycznej płaskiej wymagającego znajomości równań prostej.                                                                                                                                               |
| NA OCENĘ 3.0        | Student potrafi obliczyć iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązać proste zadanie z geometrii analitycznej płaskiej wymagające znajomości równań prostej i/lub płaszczyzny.                                                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi poprawnie obliczyć iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej wymagające znajomości równań prostej.                                                                                                                                                                                     |
| NA OCENĘ 4.0        | Student potrafi obliczyć iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej wymagające znajomości równań prostej potrafi wykonać zwykły i rozszerzony algorytm Euklidesa oraz znaleźć liczbę odwrotną modulo $n$ .                                                                                              |
| NA OCENĘ 4.5        | Student potrafi poprawnie obliczyć iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej wymagające znajomości równań prostej potrafi wykonać zwykły i rozszerzony algorytm Euklidesa oraz znaleźć liczbę odwrotną modulo $n$ .                                                                                    |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 5.0 | Student potrafi bezbłędnie obliczyć iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej wymagające znajomości równań prostej potrafi wykonać zwykły i rozszerzony algorytm Euklidesa oraz znaleźć liczbę odwrotną modulo $n$ z pełnym zrozumieniem zastosowanych metod. |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE                         | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY        |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|-------------------------------------------|-----------------------|----------------------|
| EK1               |                                                                                | Cel 1           | W1 W2 W4 W5<br>W6 W7 C1 C2<br>C4 C5 C6 C7 | N1 N2 N3 N4           | F1 F2 F3 P1 P2<br>P3 |
| EK2               |                                                                                | Cel 1           | W1 W2 W4 W5<br>W6 W7 C1 C2<br>C4 C5 C6 C7 | N1 N2 N3 N4           | F1 F2 F3 P1 P2<br>P3 |
| EK3               |                                                                                | Cel 2           | W3 W8 W9 C3<br>C8 C9                      | N1 N2 N3 N4           | F1 F2 F3 P1 P2<br>P3 |
| EK4               |                                                                                | Cel 2           | W3 W8 W9 C3<br>C8 C9                      | N1 N2 N3 N4           | F1 F2 F3 P1 P2<br>P3 |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] T. Trajdos — *Matematyka, cz. III*, Warszawa, 1999, WNT
- [2 ] W. Stankiewicz — *Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych.*, Warszawa, 1998, PWN
- [3 ] W. Krywicki, L. Włodarski — *Analiza matematyczna w zadaniach, cz. I.*, Warszawa, 2002, PWN
- [4 ] B. Gdowski, R. Pluciński — *Zadania z rachunku wektorowego i geometrii analitycznej*, Warszawa, 1982, PWN

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1 ] D. Witczyńska, K. Witczyński — *Wybrane zagadnienia z algebry liniowej i geometrii*, Warszawa, 1998, Wyd.PW
- [2 ] J. Koroński — *Wykłady i ćwiczenia z matematyki*, Kraków, 2008, Wyd. PK

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Agnieszka Jakóbik (kontakt: akrok@pk.edu.pl)

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 Dr hab Andrzej Karafiat (kontakt: akaraf@pk.edu.pl)

2 Dr Agnieszka Krok (kontakt: agakrok@poczta.fm)

3 Mgr Adam Marszałek (kontakt: amarszalek@pk.edu.pl)

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....  
.....  
.....