Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki

Karta przedmiotu

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2016/2017

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka | Profil: Ogólnoakademicki

Forma sudiów: stacjonarne | Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Modelowanie matematyczne

1 Informacje o przedmiocie

Nazwa przedmiotu	Geometria różniczkowa
Nazwa przedmiotu w języku angielskim	Differential geometry
Kod przedmiotu	WFMiI M oIIS C1 16/17
Kategoria przedmiotu	Przedmioty kierunkowe
Liczba punktów ECTS	7.00
Semestry	3

2 Rodzaj zajęć, liczba godzin w planie studiów

Semestr	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Laboratorium komputerowe	Seminarium	Projekt
3	30	30	0	0	0	0

3 Cele przedmiotu

Cel 1 Celem przedmiotu jest wprowadzenie do współczesnej geometrii różniczkowej i w szczególności do współczesnej geometrii riemannowskiej.

4 Wymagania wstępne w zakresie wiedzy, umiejętności i innych kompetencji

1 Analiza matematyczna, algebra liniowa

5 Efekty kształcenia

EK1 Wiedza Pojęcie rozmaitości, mapa, atlas, podrozmaitości, odwzorowania gładkie, submersja, immersja, tw. o rzędzie

EK2 Wiedza Wiązki wektorowe. Wiązki styczna i kostyczna, pola wektorowe i tensorowe, grupa jednoparametrowa pola wektorowego, formy różniczkowe, różniczka zewnętrzna, pochodna Liego.

EK3 Wiedza Koneksja liniowa na wiązce wektorowej. Tensory krzywizny i torsji i ich interpretacja geometryczna, geodezyjne, współrzędne normalne, tożsamości Bianchi.

EK4 Wiedza Geometria Riemanna. Przestrzeń Riemanna, koneksja Leviego-Civity, krzywizna sekcyjna, rozmaitości o stałej krzywiźnie sekcyjnej, metryka w przestrzeni Riemanna, tw. Hopfa-Rinowa

EK5 Umiejętności Obliczanie współczynników Christophla danej metryki, wyznaczanie krzywizny sekcyjnej, wyznaczanie geodetyk

6 Treści programowe

Wykład		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
W1	Wiadomości wstępne. Pojęcie rozmaitości, mapa, atlas, podrozmaitości, odwzorowania gładkie, submersja, immersja.	4
W2	Wiązki wektorowe. Wiązki styczna i kostyczna, pola wektorowe i tensorowe, grupa jednoparametrowa pola wektorowego, formy różniczkowe, różniczka zewnętrzna, pochodna Liego.	6
W3	Koneksja liniowa na wiązce wektorowej. Tensory krzywizny i torsji i ich interpretacja geometryczna, geodezyjne, współrzędne normalne, tożsamości Bianchi.	8
W4	Geometria Riemanna. Przestrzeń Riemanna, koneksja Leviego-Civity, krzywizna sekcyjna, rozmaitości o stałej krzywiźnie sekcyjnej, metryka w przestrzeni Riemanna, tw. Hopfa-Rinowa	12

Ćwiczenia		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
C1	Konstrukcja atlasów na rozmaitościach, obliczanie rzędu odwzorowań gładkich, konstrukcja pod-rozmaitości za pomocą submersji.	4

Ćwiczenia		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
C2	Konstrukcja wiązki stycznej, budowanie przykładów wiązek trywialnych i nietrywialnych, obliczanie grup jednoparametrowych pól wektorowych.	8
C3	Obliczanie współczynników koneksji we współrzędnych lokalnych, obliczanie geodezyjnych we współrzędnych lokalnych.	8
C4	Wyznaczanie koneksji Leviego-Civity dwuwymiarowych przestrzeni o stałej krzywiźnie, obliczanie współrzędnych lokalnych tensora krzywizny, obliczanie krzywizny sekcyjnej.	10

7 Narzędzia dydaktyczne

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

8 Obciążenie pracą studenta

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	10
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	130
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
Sumaryczna liczba godzin dla przedmiotu wynikająca z całego nakładu pracy studenta	**210**
Sumaryczna liczba punktów ECTS dla przedmiotu	7.00

9 Sposoby oceny

Ocena formująca

F1 Kolokwium

F2 Ćwiczenie praktyczne

Ocena podsumowująca

P1 Egzamin pisemny

P2 Egzamin ustny

Kryteria oceny

Efekt kształcenia 1	
Na ocenę 2.0	Nie spełnia wymogów na ocenę 3
Na ocenę 3.0	student zna definicję rozmaitości, atlasu, odwzorowania gładkiego rozmaitości, submersji i immersji
Na ocenę 3.5	student zna definicję podrozmaitości i tw. o odwzorowaniu o stałym rzędzie
Na ocenę 4.0	student zna tw. o podrozmaitości danej jako przeciwobraz punktu przez submersję
Na ocenę 4.5	student zna dowód tw. o podrozmaitości danej jako przeciwobraz punktu przez submersję
Na ocenę 5.0	Bezbłędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny.
Efekt kształcenia 2	
Na ocenę 2.0	Nie spełnia wymogów na ocenę 3
Na ocenę 3.0	student zna def. wiązki wektorowej, wiązki stycznej i kostycznej, pola wektorowego i tensorowego, formy różniczkowej, jednoparametrowej pseudogrupy pola wektorowego, definicję przestrzeni tensorowej i jej własności.
Na ocenę 3.5	student zna def. pochodnej Liego i pochodnej zewnętrznej form różniczkowych
Na ocenę 4.0	student zna własności pochodnej Liego i potrafi ją obliczać, potrafi obliczć rózniczkę zewnetrzną formy różniczkowej
Na ocenę 4.5	student zna tw. o charakteryzacji pola tensoroweg jako odwzorowania wieloliniowego nad algebrą funkcji gładkich
Na ocenę 5.0	Bezbłędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny.
Efekt kształcenia 3	
Na ocenę 2.0	Nie spełnia wymogów na ocenę 3
Na ocenę 3.0	student zna pojęcie koneksja liniowa na wiązce wektorowej. def. tensory krzywizny i torsji i ich interpretacja geometryczna, geodezyjne, współrzędne normalne, tożsamości Bianchi.
Na ocenę 3.5	student zna pojęcie współrzędnych normalnych i tw. o istnieniu geodezyjnie wypukłego otoczenia oraz odwzorowania exp,def. geodezyjnej i jej własności

Na ocenę 4.0	student zna pojęcie koneksja liniowa na wiązce wektorowej. def. tensory krzywizny i torsji i ich interpretacja geometryczna, pojęcie przesuniecia równoległego
Na ocenę 4.5	Student zna geometryczną interpretację koneksji, tożsamości Bianchi z dowodem
Na ocenę 5.0	Bezbłędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny.
Efekt kształcenia 4	
Na ocenę 2.0	Nie spełnia wymogów na ocenę 3
Na ocenę 3.0	student zna def. Geometrii Riemanna. przestrzeni Riemanna, koneksji Leviego-Civity, krzywizny sekcyjnej, rozmaitości o stałej krzywiźnie sekcyjnej, metryki w przestrzeni Riemanna,
Na ocenę 3.5	student zna tw. o minimalizowaniu odległości przez geodetykę, pojęcie zupełności i tw. Hopfa-Rinowa
Na ocenę 4.0	student zna geometryczną interpretację krzywizny sekcyjnej,
Na ocenę 4.5	student zna lemat Gaussa wraz z dowodem i szkic dowodu tw. Hopfa -Rinowa
Na ocenę 5.0	Bezbłędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny.
Efekt kształcenia 5	
Na ocenę 2.0	Nie spełnia wymogów na ocenę 3
Na ocenę 3.0	student potrafi wyznaczać współczynniki Christophla
Na ocenę 3.5	student potrafi wyznaczać współrzędnei tensora krzywizny
Na ocenę 4.0	Student wyznacza równanie geodetyk
Na ocenę 4.5	Student wyznacza krzywiznę sekcyjną
Na ocenę 5.0	Bezbłędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny.

10 Macierz realizacji przedmiotu

Efekt kształcenia	Odniesienie danego efektu do szczegółowych efektów zdefiniowanych dla programu	Cele przedmiotu	Treści programowe	Narzędzia dydaktyczne	Sposoby oceny
EK1	K_W04 K_W05	Cel 1	W1 C1	N1 N2	F1 F2 P1

Efekt kształcenia	Odniesienie danego efektu do szczegółowych efektów zdefiniowanych dla programu	Cele przedmiotu	Treści programowe	Narzędzia dydaktyczne	Sposoby oceny
EK2	K_W05 K_U06 K_U14	Cel 1	W2 C2	N1 N2	F1 F2 P1
EK3	K_W04 K_U05 K_U06	Cel 1	W3 C3	N1 N2	F1 F2 P1
EK4	K_W04 K_U10 K_U14	Cel 1	W4 C4	N1 N2	F1 F2 P1
EK5	K_U06	Cel 1	W1 W2 W3 W4 C1 C2 C3 C4	N1 N2	F1 F2 P1

11 Wykaz literatury

Literatura podstawowa

[1] R. Sulanke, P. Wingten — *Geometria różniczkowa i teoria wiązek ia*, Warszawa, 1977, PWN

[2] S. Kobayashi, K. Nomizu — *Foundations of Differential Geometry*, New York, 1963, Interscience Publishers

Literatura uzupełniająca

[1] M. Postnikov — *Lectures in Geometry*, Moskwa, 1989, MIR

12 Informacje o nauczycielach akademickich

Osoba odpowiedzialna za kartę

dr hab. Włodzimierz Jelonek (kontakt: `wjelon@pk.edu.pl`)

Osoby prowadzące przedmiot

1 dr hab. Włodzimierz Jelonek (kontakt: `wjelon@pk.edu.pl`)

13 Zatwierdzenie karty przedmiotu do realizacji

(miejscowość, data) (odpowiedzialny za przedmiot) (dziekan)

Przyjmuję do realizacji (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

. . . . . .