

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2016/2017

Wydział Inżynierii Środowiska

Kierunek studiów: Inżynieria Środowiska

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: 2

Stopień studiów: I

Specjalności: Hydrotechnika i geoinżynieria, Instalacje i urządzenia ciepłne i zdrowotne, Inżynieria sanitarna

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|                                         |                       |
|-----------------------------------------|-----------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Matematyka II         |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM | Mathematics II        |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WIŚ IŚ oIS B8 16/17   |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty podstawowe |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 6.00                  |
| SEMESTRY                                | 2                     |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | PROJEKT | SEMINARIUM |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|---------|------------|
| 2       | 30     | 30        | 0            | 0                                | 0       | 0          |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Zapoznanie studentów z metodami całkowania dla całki nieoznaczonej.

**Cel 2** Zapoznanie studentów z całką oznaczoną.

**Cel 3** Zapoznanie studentów z pojęciami granicy, ciągłości funkcji wielu zmiennych oraz z rachunkiem różniczkowym funkcji dwóch i trzech zmiennych.

**Cel 4** Zapoznanie studentów z równaniami różniczkowymi zwyczajnymi rzędu pierwszego i wyższych rzędów.

**Cel 5** Zapoznanie studentów z całkami podwójnymi i ich zastosowaniami.

**Cel 6** Zapoznanie studentów z całkami potrójnymi i ich zastosowaniami.

**Cel 7** Nabycie umiejętności pracy w zespole.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie Matematyki I.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Umiejętności** Student potrafi obliczać całki nieoznaczone.

**EK2 Umiejętności** Student potrafi obliczać całki oznaczone i zastosować je do rozwiązań zadań dotyczących zastosowań w geometrii i w fizyce.

**EK3 Umiejętności** Student potrafi obliczać granice, zbadać ciągłość oraz rozwiązywać podstawowe zadania z rachunku różniczkowego funkcji dwóch zmiennych.

**EK4 Umiejętności** Student potrafi rozwiązywać równania różniczkowe rzędu pierwszego podstawowych typów: o zmiennych rozdzielonych, jednorodne, liniowe niejednorodne, Bernoulliego, zupełne.

**EK5 Umiejętności** Student potrafi rozwiązywać równania różniczkowe rzędu drugiego sprowadzalne do rzędu pierwszego, równania liniowe rzędu drugiego o stałych współczynnikach.

**EK6 Umiejętności** Student potrafi obliczać całki podwójne i zna ich zastosowania w geometrii i w fizyce.

**EK7 Umiejętności** Student potrafi obliczać całki potrójne i zna ich zastosowania w geometrii i w fizyce.

**EK8 Kompetencje społeczne** Student współpracuje w grupie.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| ĆWICZENIA |                                                                                                                                                                                                                                                                              |                  |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                       | LICZBA<br>GODZIN |
| C1        | Całka nieoznaczona, obliczanie całek z funkcji wymiernych, trygonometrycznych i niewymiernych.                                                                                                                                                                               | 3                |
| C2        | Całka oznaczona: interpretacja, badanie zbieżności całek niewłaściwych, rozwiązywanie zadań związanych z zastosowaniami geometrycznymi i fizycznymi całki oznaczonej.                                                                                                        | 4                |
| C3        | Funkcje dwóch i trzech zmiennych: interpretacja geometryczna, obliczanie granicy i badanie ciągłości funkcji dwóch zmiennych, obliczanie pochodnych cząstkowych rzędu I-go i II-go, wyznaczanie ekstremum funkcji dwóch zmiennych, wyznaczanie ekstremum funkcji uwikłanych. | 6                |
| C4        | Równania różniczkowe zwyczajne rzędu I-go: rozwiązywanie równań różniczkowych rzędu pierwszego typu: o zmiennych rozdzielonych, jednorodne, liniowe niejednorodne, Bernoulliego, zupełne. Zagadnienie Cauchy'ego.                                                            | 5                |

| ĆWICZENIA |                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                  |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                              | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C5</b> | Równania różniczkowe zwyczajne rzędu II-go: rozwiązywanie równań rzędu drugiego sprowadzalnych do rzędu pierwszego, równań liniowych niejednorodnych o stałych współczynnikach, wyznaczanie całki szczególnej równania liniowego niejednorodnego metodą uzmienniania stałych, metodą przewidywania. | 3                |
| <b>C6</b> | Całki podwójne : iteracja całki, obszary normalne, zmiana zmiennych, współrzędne biegunowe, zastosowanie całek podwójnych w geometrii i w fizyce.                                                                                                                                                   | 5                |
| <b>C7</b> | Całki potrójne : iteracja całki, obszary normalne, zmiana zmiennych, współrzędne sferyczne, zastosowanie całek potrójnych w geometrii i w fizyce.                                                                                                                                                   | 4                |

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                                          |                  |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                   | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W1</b> | Całka nieoznaczona, metody całkowania funkcji wymiernych, trygonometrycznych i niewymiernych.                                                                                                                                            | 3                |
| <b>W2</b> | Całka oznaczona: definicja całki Riemanna, interpretacja, własności, całki niewłaściwe, podstawowe zastosowania geometryczne i fizyczne.                                                                                                 | 4                |
| <b>W3</b> | Funkcje dwóch i trzech zmiennych: interpretacja geometryczna, granica i ciągłość funkcji, pochodne cząstkowe rzędu I-go i II-go, ekstrema, powierzchnie drugiego stopnia, funkcje uwikłane, elementy teorii pola.                        | 6                |
| <b>W4</b> | Równania różniczkowe zwyczajne rzędu I-go: pojęcie rozwiązania ogólnego, problem Cauchy'ego, podstawowe typy równań różniczkowych rzędu pierwszego: o zmiennych rozdzielonych, jednorodne, liniowe niejednorodne, Bernoulliego, zupełne. | 5                |
| <b>W5</b> | Równania różniczkowe zwyczajne rzędu II-go: sprowadzalne do rzędu pierwszego, liniowe o stałych współczynnikach, metoda równania charakterystycznego dla równania jednorodnego, metoda uzmienniania stałych, metoda przewidywania.       | 3                |
| <b>W6</b> | Całki podwójne : definicje, twierdzenia o iteracji, obszary normalne, zmiana zmiennych.                                                                                                                                                  | 5                |
| <b>W7</b> | Całki potrójne : definicje, twierdzenia o iteracji, obszary normalne, zmiana zmiennych.                                                                                                                                                  | 4                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady

**N2** Zadania tablicowe

**N3** Konsultacje

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI                                                                          | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                              |                                                         |
| Godziny wynikające z planu studiów                                                        | 60                                                      |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji                                                             | 30                                                      |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta</b>  | 90                                                      |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b> | <b>180</b>                                              |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU                                             | 6                                                       |

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

**F1** Kolokwium

**F2** Zadanie tablicowe

**F3** Test

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Egzamin pisemny

**P2** Egzamin ustny

**P3** Średnia ważona ocen formujących

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** Zaliczenie dwóch kolokwium, aktywność na platformie Moodle i zaliczenie quizów z platformy na minimum 70%.

### KRYTERIA OCENY

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |                                                                                                    |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie potrafi rozwiązywać zadań z rachunku całkowego, nie zna podstawowych metod całkowania. |
| NA OCENĘ 3.0        | Student potrafi rozwiązywać podstawowe zadania z rachunku całkowego.                               |
| NA OCENĘ 3.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 3 oraz zaliczył sprawdzian z zadań z rachunku całkowego.         |

|                     |                                                                                                                                                                                                |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 4.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 3,5 oraz zaliczył część pierwszego kolokwium pisemnego dotyczącą zadań z rachunku całkowego.                                                                 |
| NA OCENĘ 4.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 4,0 oraz wykazuje aktywność na ćwiczeniach audytoryjnych.                                                                                                    |
| NA OCENĘ 5.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 4,5 oraz potrafi rozwiązać trudniejsze zadania z rachunku całkowego i jest bardzo aktywny na ćwiczeniach.                                                    |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |                                                                                                                                                                                                |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie potrafi rozwiązać prostych zadań dla całki oznaczonej.                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 3.0        | Student potrafi rozwiązać podstawowe zadania dla całki oznaczonej.                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 3.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 3 oraz zaliczył sprawdzian z zadań z całki oznaczonej.                                                                                                       |
| NA OCENĘ 4.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 3,5 oraz zaliczył część pierwszego kolokwium pisemnego dotyczącą zadań z całki oznaczonej.                                                                   |
| NA OCENĘ 4.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 4,0 oraz wykazuje aktywność na ćwiczeniach audytoryjnych.                                                                                                    |
| NA OCENĘ 5.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 4,5 oraz potrafi rozwiązać trudniejsze zadania z zastosowań całki oznaczonej i jest bardzo aktywny na ćwiczeniach.                                           |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |                                                                                                                                                                                                |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych pojęć z teorii granic, ciągłości i rachunku różniczkowego funkcji dwóch zmiennych.                                                                                |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe pojęcia z teorii funkcji dwóch zmiennych, ciągłości i rachunku różniczkowego funkcji dwóch zmiennych.                                                                   |
| NA OCENĘ 3.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 3 oraz zaliczył sprawdzian z granic, ciągłości i rachunku różniczkowego funkcji dwóch zmiennych.                                                             |
| NA OCENĘ 4.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 3,5 oraz zaliczył część pierwszego kolokwium pisemnego dotyczącą granic, ciągłości i rachunku różniczkowego funkcji dwóch zmiennych.                         |
| NA OCENĘ 4.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 4,0 oraz wykazuje aktywność na ćwiczeniach audytoryjnych.                                                                                                    |
| NA OCENĘ 5.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 4,5 oraz potrafi rozwiązać wszystkie omawiane na zajęciach typy zadań z rachunku różniczkowego funkcji dwóch zmiennych i jest bardzo aktywny na ćwiczeniach. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |                                                                                                                                                                                                |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych typów równań różniczkowych zwyczajnych rzędu I-go.                                                                                                                |

|                     |                                                                                                                                                                                      |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe typy równań różniczkowych zwyczajnych rzędu I-go i zaliczył tylko dwa zadania z równań różniczkowych zwyczajnych rzędu I-go na drugim kolokwium.              |
| NA OCENĘ 3.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 3 oraz zaliczył sprawdzian z równań różniczkowych.                                                                                                 |
| NA OCENĘ 4.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 3,5 oraz zaliczył kolokwium drugie rozwiązując poprawnie wszystkie zadania dotyczące wybranych typów równań różniczkowych zwyczajnych rzędu I-go.  |
| NA OCENĘ 4.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 4 i jest aktywny na ćwiczeniach.                                                                                                                   |
| NA OCENĘ 5.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 4,5 i jest bardzo aktywny na ćwiczeniach.                                                                                                          |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 5 |                                                                                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych typów równań różniczkowych zwyczajnych rzędu II-go.                                                                                                     |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe typy równań różniczkowych zwyczajnych rzędu II-go i zaliczył tylko dwa zadania z równań różniczkowych zwyczajnych rzędu II-go na drugim kolokwium.            |
| NA OCENĘ 3.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 3 oraz zaliczył sprawdzian z równań różniczkowych.                                                                                                 |
| NA OCENĘ 4.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 3,5 oraz zaliczył kolokwium drugie rozwiązując poprawnie wszystkie zadania dotyczące wybranych typów równań różniczkowych zwyczajnych rzędu II-go. |
| NA OCENĘ 4.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 4 i jest aktywny na ćwiczeniach.                                                                                                                   |
| NA OCENĘ 5.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 4,5 i jest bardzo aktywny na ćwiczeniach.                                                                                                          |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 6 |                                                                                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie potrafi rozwiązywać zadań z rachunku całkowego, nie zna podstawowych metod całkowania dla całki podwójnej.                                                               |
| NA OCENĘ 3.0        | Student potrafi rozwiązać podstawowe zadania dla całki podwójnej.                                                                                                                    |
| NA OCENĘ 3.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 3 oraz zaliczył sprawdzian z zadań z całki podwójnej.                                                                                              |
| NA OCENĘ 4.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 3,5 oraz zaliczył część drugiego kolokwium pisemnego dotyczącą zadań z całki podwójnej.                                                            |
| NA OCENĘ 4.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 4 oraz zaliczył część drugiego kolokwium pisemnego rozwiązując poprawnie zadania dotyczące całki podwójnej i jest aktywny na ćwiczeniach.          |
| NA OCENĘ 5.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 4,5 oraz zaliczył kolokwium drugie rozwiązując poprawnie wszystkie zadania dotyczące całki podwójnej i jest bardzo aktywny na ćwiczeniach.         |

| EFEKT KSZTAŁCENIA 7 |                                                                                                                                                                              |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie potrafi rozwiązywać zadań z rachunku całkowego, nie zna podstawowych metod całkowania dla całki potrójnej.                                                       |
| NA OCENĘ 3.0        | Student potrafi rozwiązać podstawowe zadania dla całki potrójnej. .                                                                                                          |
| NA OCENĘ 3.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 3 oraz zaliczył sprawdzian z zadań z całki potrójnej.                                                                                      |
| NA OCENĘ 4.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 3,5 oraz zaliczył część drugiego kolokwium pisemnego dotyczącą zadań z całki potrójnej.                                                    |
| NA OCENĘ 4.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 4 oraz zaliczył część drugiego kolokwium pisemnego rozwiązując poprawnie zadania dotyczące całki potrójnej i jest aktywny na ćwiczeniach.  |
| NA OCENĘ 5.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 4,5 oraz zaliczył kolokwium drugie rozwiązując poprawnie wszystkie zadania dotyczące całki potrójnej i jest bardzo aktywny na ćwiczeniach. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 8 |                                                                                                                                                                              |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie angażuje się w pracę zespołu.                                                                                                                                    |
| NA OCENĘ 3.0        | Student wykonuje fragment przydzielonego zadania w ramach grupy, nie konsultuje i nie weryfikuje z grupą swojego stanowiska.                                                 |
| NA OCENĘ 3.5        | Student współpracuje w grupie, nie zawsze potrafi bronić swojej opinii.                                                                                                      |
| NA OCENĘ 4.0        | Student dobrze współpracuje w grupie, jest aktywny i zaangażowany.                                                                                                           |
| NA OCENĘ 4.5        | Student bardzo dobrze współpracuje w grupie, wykazując dużą aktywność w aspekcie kierowania pracą grupy.                                                                     |
| NA OCENĘ 5.0        | Student doskonale współpracuje i kieruje pracą grupy.                                                                                                                        |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY  |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|-------------------|-----------------------|----------------|
| EK1               | K_W01                                                                          | Cel 1           | C1                | N1 N2 N3              | F1 F2 F3 P1    |
| EK2               | K_W01                                                                          | Cel 2           | C2                | N1 N2 N3              | F1 F2 F3 P1    |
| EK3               | K_W01                                                                          | Cel 3           | C3                | N1 N2 N3              | F1 F2 F3 P1 P3 |

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY     |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|-------------------|-----------------------|-------------------|
| EK4               | K_W01                                                                          | Cel 4           | C4 C5             | N1 N2 N3              | F1 F2 F3 P1 P2 P3 |
| EK5               | K_W01                                                                          | Cel 5           | C6                | N1 N2 N3              | F1 F2 F3 P1 P2 P3 |
| EK6               | K_W01                                                                          | Cel 6           | C7                | N1 N2 N3              | F1 F2 F3 P1 P2 P3 |
| EK7               | K_W01                                                                          | Cel 7           | C7                | N1 N2 N3              | F1 F2 F3 P1 P2 P3 |
| EK8               | K_W01                                                                          | Cel 7           | C1 C2 C3 C5 C6 C7 | N2                    | F2                |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | J. Bochenek, T. Winiarska — *Matematyka, cz. II, skrypt*, Kraków, 1992, PK
- [2] | W. Krywicki, L. Włodarski — *Analiza matematyczna w zadaniach, cz. I i II*, Warszawa, 1993, PWN
- [3] | A. Kumaniecka, D. Jabłoński — *Zbiór zadań z matematyki dla studentów Wydziału Inżynierii Środowiska PK, cz. I i II*, Kraków, 2000, PK

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | F. Leja — *Rachunek różniczkowy i całkowy*, Warszawa, 1976, PWN
- [2] | W. Żakowski, G. Decewicz — *Matematyka, cz. IV*, Warszawa, 1994, PWN

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr hab. inż. Anna Kumaniecka (kontakt: [pukumani@cyf-kr.edu.pl](mailto:pukumani@cyf-kr.edu.pl))

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

- 1 dr hab. inż. Anna Kumaniecka (kontakt: [pukumani@cyf-kr.edu.pl](mailto:pukumani@cyf-kr.edu.pl))
- 2 dr hab. Piotr Jakóbczak (kontakt: [jakobcza@pk.edu.pl](mailto:jakobcza@pk.edu.pl))



## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....

.....