

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2014/2015

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Modelowanie matematyczne

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|                                         |                                   |
|-----------------------------------------|-----------------------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Matematyczne podstawy informatyki |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM |                                   |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WFMiI M oIIS C5 14/15             |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty kierunkowe             |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 5.00                              |
| SEMESTRY                                | 4                                 |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 4       | 30     | 15        | 0            | 15                               | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Zapoznanie studenta z matematycznymi podstawami informatyki w zakresie: 1.matematyczne modele różnych typów maszyn obliczających; 2. matematyczne definicje pojęcia algorytmu; 3. języki formalne; 4. problemy obliczalne i tematy związane; 5. automaty skończone i języki przez nie rozpoznawane; 6. hierarchia złożoności obliczeniowej; 7. ograniczenia możliwości algorytmów.

**Cel 2** Zapoznanie studenta z matematyczne podstawami i sposobami analizy złożoności algorytmów.

**Cel 3** Zapoznanie studenta z następującą tematyką: Systemy dedukcyjne. Logiki zdaniowe; klasyczna i wybrane logiki nieklasyczne. Ich zastosowania w weryfikacji poprawności algorytmów.

**Cel 4** Stosowanie programu Prolog jako ilustracji tematu: automatyczne dowodzenie twierdzeń.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Brak specjalnych wymagań poza tymi, które wynikają z harmonogramu studiów.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna matematyczne podstawy teorii algorytmów w zakresie: 1. definicja maszyny Turinga i jej wersji alternatywnych 2. inne definicje algorytmu 3. definicja problemu algorytmicznego, rozstrzygalności i rekurencyjnej przeliczalności 4. Uniwersalna maszyna Turinga, problem STOP-u, istnienie problemu nierozstrzygalnego. 5. Hierarchia złożoności obliczeniowej. 6. Pojęcie i przykłady problemów NP zupełnych, ich znaczenie w matematyce i w informatyce. 7. Ograniczenia możliwości algorytmów.

**EK2 Wiedza** Student zna pojęcie systemu formalnego i umie się tym pojęciem posługiwać. Zna co najmniej jedno formalne ujęcie klasycznego rachunku zdań i umie prowadzić dowody formalne w ramach tego rachunku. Został zapoznany z tematyką automatycznego dowodzenia twierdzeń.

**EK3 Umiejętności** Student umie stosować metody logiczne w weryfikacji poprawności programów, z uwzględnieniem zastosowania wybranych logik nieklasycznych.

**EK4 Umiejętności** Student zna podstawy PROLOG-u.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                  |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W1</b> | Problem definicji algorytmu. Tło matematyczne i historyczne. Wprowadzenie do teorii obliczalności. Rola osiągnięć logiki matematycznej.                                                                                                                                                                                                                                                     | 2                |
| <b>W2</b> | Języki formalne.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 2                |
| <b>W3</b> | FORMALNE MODELE OBLICZALNOŚCI Automaty skończone, deterministyczne vs. niedeterministyczne. Języki rozpoznawalne i języki akceptowane przez automaty skończone. Operatory Kleene'go na językach regularnych. Konstrukcje teorio-mnogościowe na zbiorze automatów. Twierdzenie Kleene'go. Determinizacja automatu niedeterministycznego. Lemat o pompowaniu. Języki, które nie są regularne. | 5                |
| <b>W4</b> | FORMALNE MODELE OBLICZALNOŚCI 2. Automaty ze stosem.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 1                |
| <b>W5</b> | FORMALNE MODELE OBLICZALNOŚCI 3 Automaty a obliczenia nieskończone. Automaty Buchiego, deterministyczne i niedeterministyczne; brak równoważności. Inne modele nieskończonych obliczeń.                                                                                                                                                                                                     | 3                |
| <b>W6</b> | FORMALNE MODELE OBLICZALNOŚCI 4. Maszyna Turinga. Zbiory rekurencyjne i rekurencyjnie przeliczalne. Uniwersalna maszyna Turinga. Problem STOP - u.                                                                                                                                                                                                                                          | 6                |

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                  |                  |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                           | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W7</b> | INNE FORMALNE MODELE OBLICZALNOŚCI 5.                                                                                                                                                            | 2                |
| <b>W8</b> | Złożoność obliczeniowa algorytmów; a) czasowa b) pamięciowa Hierarchia złożoności. Klasa P. wielomianowa redukcja. Klasa NP. Problemy NP trudne. Problemy NP- zupełne. Zagadnienie, czy $P=NP$ . | 4                |
| <b>W9</b> | Zastosowania logiki matematycznej w informatyce. a) Logika klasyczna. Rezolucja. Query-languages (języki zapytań) b) Logika temporalna. c) Inne logiki nieklasyczne.                             | 5                |

| LABORATORIUM KOMPUTEROWE |                                                        |                  |
|--------------------------|--------------------------------------------------------|------------------|
| LP                       | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>K1</b>                | Ćwiczenia w PROLOG-u                                   | 15               |

| ĆWICZENIA |                                                                                                                                                                 |                  |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                          | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C1</b> | Ćwiczenia w stosowaniu systemu formalnego w dowodzeniu tez klasycznego rachunku zdań.                                                                           | 4                |
| <b>C2</b> | Ćwiczenia w stosowaniu nieklasycznych systemów dedukcyjnych.                                                                                                    | 3                |
| <b>C3</b> | Ćwiczenia w zastosowaniu metod logiki formalnej do zagadnień informatycznych                                                                                    | 3                |
| <b>C4</b> | Matematyczne modele obliczalności. Projektowanie automatów skończonych i innych modeli realizujących konkretne zadania. Szacowanie czasu złożoności algorytmów. | 5                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady

**N2** Zadania tablicowe

**N3** Ćwiczenia laboratoryjne

**N4** Dyskusja

**N5** Konsultacje

**N6** Prezentacje multimedialne

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI                                                                                 | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |                                                         |
| Godziny wynikające z planu studiów                                                               | 60                                                      |
| Konsultacje przedmiotowe                                                                         | 15                                                      |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji                                                                    | 5                                                       |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |                                                         |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 45                                                      |
| Opracowanie wyników                                                                              | 15                                                      |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji                                           | 10                                                      |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>150</b>                                              |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU                                                    | 5.00                                                    |

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

**F1** Ćwiczenie praktyczne

**F2** Odpowiedź ustna

**F3** Projekt indywidualny

**F4** Sprawozdanie z ćwiczenia laboratoryjnego

**F5** Zadanie tablicowe

**F6** Kolokwium

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Średnia ważona ocen formujących

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** Aby zaliczyć przedmiot, należy uzyskać pozytywną ocenę z każdego efektu kształcenia.

### OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA

**B1** Projekt indywidualny

**B2** Ćwiczenie praktyczne

**B3** Test

## KRYTERIA OCENY

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie spełnia któregoś kryterium na ocenę 3.0.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna definicje: języka formalnego, automatu skończonego deterministycznego i niedeterministycznego, języka regularnego, problemu algorytmicznego, maszyny Turinga. Umie budować matematyczne modele obliczeń dla niektórych prostych zagadnień. Student potrafi zdefiniować (czasową) złożoność obliczeniową algorytmu, zdefiniować klasę P i w prostych przypadkach zakwalifikować problem algorytmiczny do tej klasy. Zna i potrafi wykazać hierarchię złożoności funkcji elementarnych            |
| NA OCENĘ 3.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 3.0. Ponadto: zna definicję automatu Buchiego, Umie wyjaśnić różnicę między obliczeniami skończonymi i nieskończonymi i ich modelowaniem. Potrafi zdefiniować operacje Kleene'go na językach regularnych i podać konstrukcję automatów realizujących te operacje i udowodnić odpowiednie twierdzenia. Zna definicję klasy NP. Potrafi omówić problem, czy $P=NP$ .                                                                                                        |
| NA OCENĘ 4.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 3.5. Ponadto: zna definicję automatu ze stosem. Umie zdefiniować alternatywne wersje maszyny Turinga, w tym wielotaśmową maszynę Turinga. Wie, że te wersje są sobie wzajemnie równoważne. Zna co najmniej 3 przykłady problemów NP-pełnych i umie wyjaśnić, czemu należą one do klasy NP.                                                                                                                                                                                |
| NA OCENĘ 4.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 4.0. Ponadto: Potrafi zdefiniować uniwersalną maszynę Turinga i wykazać, że problem STOP-u jest nierozstrzygalny. Student zna pojęcie wielomianowej redukcji. Umie zdefiniować NP-trudność i NP-zupełność problemu algorytmicznego.                                                                                                                                                                                                                                       |
| NA OCENĘ 5.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 4.5. Ponadto: Student zna co najmniej jedną definicję algorytmu inną niż przez odwołanie się do maszyny Turinga. Zna tezę Churcha-Turinga. Zna dalsze dwa problemy NP-pełne i umie omówić ich znaczenie.                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie spełnia któregoś kryterium na ocenę 3.0.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna pojęcie systemu formalnego, dowodu w ramach systemu formalnego, tezy systemu, dowodu założeniowego i reguły dowiedlnej. W ramach jednego systemu formalnego dla klasycznego rachunku zdań potrafi przeprowadzać dowody formalne nowych reguł i tez. Gdy przedstawi mu się nowy, nieznan mu wcześniej system formalny, to potrafi ocenić, czy przedstawiony w nim dowód jest poprawny. Potrafi przedstawić szkicowo definicję algebry Boole'a i podać przynajmniej dwa przykłady algebr Boole'a. |
| NA OCENĘ 3.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 3.0. Ponadto: zna regułę rezolucji i jej znaczenie w automatycznym dowodzeniu twierdzeń.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 4.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 3.5. Ponadto: Student biegle posługuje się pojęciem dowodu w różnych systemach formalnych. Zna co najmniej pobieżnie trzy lub więcej ujęcia formalne klasycznego rachunku zdań, w tym rachunek Gentzena. Potrafi przedstawić regułę ciecicia i jej znaczenie oraz znaczenie praktyczne twierdzenia o jej eliminacji. Potrafi omówić zagadnienie automatycznego dowodzenia twierdzeń. Potrafi omówić problem SAT i 3-SAT z perspektywy algorytmiki. |
| NA OCENĘ 4.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 4.0. Ponadto: Potrafi przedstawić algebrę formuł klasycznego rachunku zdań jako algebrę Boole'a, formułując odpowiednie lematy. Potrafi przedstawić twierdzenia o pełności, o dedukcji.                                                                                                                                                                                                                                                            |
| NA OCENĘ 5.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 4.5. Ponadto: zna metodę drzew semantycznych w weryfikacji poprawności reguł logicznych. Potrafi udowodnić twierdzenie o dedukcji dla klasycznego rachunku zdań w ujęciu Fregego - Łukasiewicza.                                                                                                                                                                                                                                                   |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie spełnia któregoś kryterium na ocenę 3.0.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| NA OCENĘ 3.0        | Student umie przedstawić zagadnienie weryfikacji poprawności programów. Student orientuje się w istnieniu logik nieklasycznych: wielowartościowych i innych i umie wyjaśnić, czym różnią się one od logiki klasycznej.                                                                                                                                                                                                                                                               |
| NA OCENĘ 3.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 3.0. Ponadto: student umie wyjaśnić motywy stosowania niektórych nieklasycznych logik w informatyce. Umie pobieżnie przedstawić te logiki. Umie wyjaśnić, jak stosuje się logikę temporalną do weryfikacji i specyfikacji programów komputerowych.                                                                                                                                                                                                 |
| NA OCENĘ 4.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 3.5. Ponadto: Umie przedstawić dokładniej co najmniej jedną z następujących logik nieklasycznych: wielowartościowych logik Łukasiewicza, logikę intuicjonistyczną, logikę modalną, logiki parakonsystentne, logikę temporalną i umotywić ich znaczenie w informatyce. Student umie przedstawić wybraną logikę semantycznie lub syntaktycznie, podać wybrane tezy i przykłady tautologii klasycznych, które nie są tezami danej logiki.             |
| NA OCENĘ 4.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 4.0. Ponadto: zna podstawy logiki temporalnej i jej przykładowe zastosowania do weryfikacji i specyfikacji programów. Umie przeprowadzić taką weryfikację. Zna pobieżnie logikę liniową lub logikę rozmytą.                                                                                                                                                                                                                                        |
| NA OCENĘ 5.0        | Student spełnia kryteria na ocenę 4.5. Ponadto: potrafi dokładniej przedstawić co najmniej dwie logiki nieklasyczne uwzględniając ich zastosowania w informatyce. Umie badać poprawność programów stosując metody pochodzące z logiki.                                                                                                                                                                                                                                               |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie spełnia któregoś kryterium na ocenę 3.0.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| NA OCENĘ 3.0        | Student umie w stopniu dostatecznym stosować metody komputerowego wspomagania dowodzenia twierdzeń. Zna konstrukcję programu w PROLOG-u.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 3.5        | Student spełnia kryteria na ocenę 3.0. Ponadto: umie w stopniu dość dobrym stosować metody komputerowego wspomagania dowodzenia twierdzeń używając programu PROLOG. Zna regułę rezolucji i jej znaczenie dla dowodzenia twierdzeń.                                                                                                                                                                                                                                                   |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 4.0 | Student spełnia kryteria na ocenę 3.5. Ponadto: umie w stopniu dobrym stosować metody komputerowego wspomagania dowodzenia twierdzeń używając programu PROLOG. Zna przykłady świadczące o ograniczeniach w szybkości algorytmów dowodzenia twierdzeń w ogólnym przypadku. |
| NA OCENĘ 4.5 | Student spełnia kryteria na ocenę 4.0. Ponadto: umie w stopniu ponad dobrym stosować metody komputerowego wspomagania dowodzenia twierdzeń używając programu PROLOG. Zna metodę rezolucji w klasycznym rachunku predykatów.                                               |
| NA OCENĘ 5.0 | Student spełnia kryteria na ocenę 4.5. Ponadto: umie w stopniu bardzo dobrym stosować metody komputerowego wspomagania dowodzenia twierdzeń. Umie przedstawić i wyjaśnić procedurę Davisa–Putnama, powołując się na odpowiednie twierdzenia (bez dowodu).                 |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU                   | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE                   | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY           |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|-------------------------------------|-----------------------|-------------------------|
| EK1               | K_W01,<br>K_W03,<br>K_W04,<br>K_W11,<br>K_U02, K_U19,<br>K_K01, K_K02,<br>K_K05, K_K06,<br>K_K07 | Cel 1 Cel 2     | W1 W2 W3 W4<br>W5 W6 W7 W8<br>C1 C4 | N1 N2 N4 N5 N6        | F1 F2 F6 P1             |
| EK2               | K_W02,<br>K_W11,<br>K_U01, K_U02,<br>K_U03, K_U04,<br>K_U14, K_K01,<br>K_K02, K_K05,<br>K_K06    | Cel 3           | W9 K1 C1 C2<br>C3                   | N1 N2 N4 N5           | F1 F2 F3 F4 F5<br>F6 P1 |
| EK3               | K_U21                                                                                            | Cel 3 Cel 4     | W9 K1 C3                            | N1 N3 N5 N6           | F1 F3 F4 P1             |
| EK4               | K_W02,<br>K_W08,<br>K_W11,<br>K_U03, K_K01,<br>K_K02, K_K03,<br>K_K04, K_K05,<br>K_K06, K_K07    | Cel 4           | W9 K1                               | N1 N2 N3 N5 N6        | F3 F4 F6 P1             |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | John Hopcroft, Jeffrey Ullman — *Wprowadzenie do teorii automatów, języków i obliczeń.*, Warszawa, 2005, PWN
- [2] | Christos Papadimitriou — *Złożoność obliczeniowa*, Warszawa, 2002, WNT
- [3] | Michael Sipser — *Introduction to the Theory of Computation*, Boston, New York, 2006, PWS PUBLISHERS

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | Stanley Burris — *Logic for Mathematics and Computer Science*, Upper Saddle River, NJ, 1998, Prentice Hall
- [2] | Michael Barr and Charles Wells — *Category Theory for Computing Science*, New York, Boston, etc., 1990, Prentice Hall
- [3] | Steven Krantz — *Logic and Proof Techniques for Computer Science*, Boston, New York, 2002, Birkhauser, Springer
- [4] | Radosław Klimek — *Wprowadzenie do logiki temporalnej*, Kraków, 1999, AGH
- [5] | Martin Davis i in. — *Computability, Complexity and Languages*, -, 1994, Academic Press

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Katarzyna Pałasińska (kontakt: kpalasin@pk.edu.pl)

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

- 1 Dr Katarzyna Pałasińska (kontakt: kpalasin@pk.edu.pl)
- 2 Dr Piotr Kot (kontakt: pkot@usk.pk.edu.pl)

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....  
.....