

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2015/2016

Wydział Mechaniczny

Kierunek studiów: Inżynieria Biomedyczna

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: L

Stopień studiów: I

Specjalności: Biomechanika urazów, Inżynieria kliniczna

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|                                         |                       |
|-----------------------------------------|-----------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Matematyka            |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM | Mathematics           |
| KOD PRZEDMIOTU                          | L101                  |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty podstawowe |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 8.00                  |
| SEMESTRY                                | 1 2                   |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | PROJEKT | SEMINARIUM |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|---------|------------|
| 1       | 30     | 30        | 0            | 0                                | 0       | 0          |
| 2       | 15     | 15        | 0            | 0                                | 0       | 0          |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Nabycie wiadomości teoretycznych i umiejętności rachunkowych w zakresie rachunku różniczkowego i całkowego funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych wraz z szeregami liczbowymi i funkcyjnymi oraz ze wstępem do równań różniczkowych. Zapoznanie studentów z wybranymi strukturami algebraicznymi oraz

elementami geometrii analitycznej. Szczególny nacisk skierowany jest na samodzielne myślenie studenta oraz wypracowanie umiejętności stosowania wprowadzonych pojęć i metod matematycznych w praktyce.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

- 1 Do studiowania materiału objętego programem pierwszego semestru wymagane jest zdanie egzaminu maturalnego z matematyki najlepiej na poziomie rozszerzonym. Przed rozpoczęciem studiów na drugim semestrze należy zaliczyć pierwszy semestr z tego przedmiotu.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

- EK1 Wiedza** Student zna podstawowe twierdzenia o ciągach liczbowych i podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych. Ponadto student zna podstawowe twierdzenia związane z szeregami funkcyjnymi, w tym z szeregami Taylora, Maclaurina i Fouriera.
- EK2 Umiejętności** Student umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych. Ponadto student umie rozwiązywać zadania związane z podstawowymi twierdzeniami dotyczącymi szeregów funkcyjnych Taylora, Maclaurina i Fouriera.
- EK3 Wiedza** Student zna pojęcia funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej jednej i wielu zmiennych, funkcji złożonej i odwrotnej oraz pojęcia granicy i ciągłości, pochodnych funkcji i różniczek funkcji rzeczywistych z ich zastosowaniami, a także twierdzenia dotyczące wymienionych tu pojęć.
- EK4 Umiejętności** Student umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłość funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych rzeczywistych, a także umie liczyć różniczki tych funkcji z ich zastosowaniami.
- EK5 Wiedza** Student zna pojęcia całki nieoznaczonej dla funkcji rzeczywistych jednej zmiennej i całki oznaczonej Riemanna dla funkcji jednej i wielu zmiennych (w szczególności dla funkcji dwóch i trzech zmiennych) oraz zna podstawowe twierdzenia związane z obliczaniem i zastosowaniem tych całek.
- EK6 Umiejętności** Student umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej, umie liczyć i stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej, dwóch i trzech zmiennych.
- EK7 Wiedza** Student zna podstawowe twierdzenia i metody dotyczące równań różniczkowych zwyczajnych, szczególnie liniowych rzędu pierwszego, drugiego i  $n$ -tego. Ponadto zna pojęcia całek krzywoliniowych skierowanych i nieskierowanych oraz całek powierzchniowych niezorientowanych i zorientowanych, oraz podstawowe twierdzenia dotyczące obliczania i zastosowań tych całek.
- EK8 Umiejętności** Student umie rozwiązywać równania różniczkowe zwyczajne, w szczególności liniowe rzędu pierwszego, drugiego i  $n$ -tego. Ponadto umie obliczać całki krzywoliniowe skierowane i nieskierowane oraz całki powierzchniowe zorientowane i nieorientowane.
- EK9 Wiedza** Student zna podstawowe pojęcia algebry liniowej, w tym rachunku wektorowego oraz podstawowe pojęcia geometrii analitycznej.
- EK10 Umiejętności** Student umie wykonywać działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez liczbę, iloczyn skalarny, iloczyn wektorowy, iloczyn mieszany), działania na macierzach oraz rozwiązywać układy równań liniowych. Student potrafi napisać równanie prostej i płaszczyzny oraz zbadać ich wzajemne położenie.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                  |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP     | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | LICZBA<br>GODZIN |
| W1     | Ciągi liczbowe; zbieżność ciągu liczbowego, podstawowe twierdzenia o ciągach, granice dla ciągów specjalnej postaci. Szeregi liczbowe i ich zbieżność, warunek konieczny zbieżności szeregu, szeregi o wyrazach nieujemnych, kryteria zbieżności, szeregi o wyrazach dowolnych, kryterium Leibniza                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 4                |
| W2     | Granica i ciągłość funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Twierdzenia o funkcjach ciągłych. Klasa funkcji elementarnych. Funkcje cyklometryczne, funkcje hiperboliczne oraz granice wybranych funkcji specjalnej postaci. Pochodne i różniczki funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej. Ogólne reguły różniczkowania. Twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej i pochodnej funkcji odwrotnej. Bezpośrednie wzory rachunku różniczkowego. Podstawowe twierdzenia rachunku różniczkowego: de l'Hospitala, Rolle'a, Lagrange'a, Cauchy'ego. Pochodne i różniczki wyższych rzędów funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Twierdzenie i wzór Taylora, wzór Maclaurina. Ekstrema funkcji, monotoniczność funkcji, wypukłość, punkty przegięcia i asymptoty wykresu funkcji. | 9                |
| W3     | Definicja i własności całki nieoznaczonej. Bezpośrednie wzory rachunku całkowego. Twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie oraz o całkowaniu przez części dla całki nieoznaczonej. Całkowanie podstawowych klas funkcji: wymiernych, niewymiernych i niektórych funkcji trygonometrycznych. Definicja i podstawowe własności całki oznaczonej Riemanna, funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej. Twierdzenia o całkowaniu przez podstawienie oraz przez części dla całki oznaczonej. Funkcja górnej granicy całkowania i wartość średnia funkcji. Całki niewłaściwe definicja i zastosowanie geometryczne całki pojedynczej.                                                                                                                                     | 9                |
| W4     | Ciało liczb zespolonych, działania na liczbach zespolonych. Definicja przestrzeni wektorowej, baza, wymiar tej przestrzeni, przestrzeń euklidesowa. Działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez liczbę, iloczyn skalarny, iloczyn wektorowy, iloczyn mieszany. Równanie parametryczne prostej, odległość punktu od prostej, odległość dwóch prostych, równanie ogólne i parametryczne płaszczyzny, równanie krawędziowe prostej, odległość punktu od płaszczyzny, wzajemne położenie prostej i płaszczyzny. Macierze i działania na macierzach, wyznacznik macierzy i jego własności. Informacyjnie układy równań liniowych.                                                                                                                                | 9                |
| W5     | Funkcje wielu zmiennych granica i ciągłość, pochodne kierunkowe (częstkowe), gradient funkcji. Różniczkowanie odwzorowań z n-wymiarowej przestrzeni euklidesowej do m-wymiarowej przestrzeni euklidesowej. Ekstrema funkcji wielu zmiennych.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 4                |
| W6     | Całki wielokrotne (podwójne, potrójne), własności całek, twierdzenie Fubiniego o iteracji całki, twierdzenie o zmianie zmiennych, zastosowania całek wielokrotnych.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 4                |
| W7     | Wprowadzenie do równań różniczkowych zwyczajnych, zagadnienie Cauchy'ego dla równania różniczkowego rzędu pierwszego i drugiego. Równania różniczkowe o zmiennych rozdzielonych, równania różniczkowe jednorodne względem zmiennych, równanie różniczkowe liniowe rzędu pierwszego - metoda wariacji stałej i metoda przewidywań, równania różniczkowe liniowe rzędu n-tego o stałych współczynnikach - informacyjnie.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 4                |

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                     |                  |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                              | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W8</b> | Definicja i podstawowe własności całki krzywoliniowej zorientowanej i niezorientowanej oraz całki powierzchniowej zorientowanej i niezorientowanej - informacyjnie. | 2                |

| ĆWICZENIA |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                  |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C1</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących ciągów liczbowych badanie monotoniczności i zbieżności ciągów liczbowych, zastosowanie podstawowych twierdzeń o ciągach. Badanie zbieżności szeregów liczbowych sprawdzanie warunku koniecznego zbieżności szeregu oraz zastosowanie kryteriów zbieżności szeregów.                                                       | 4                |
| <b>C2</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących pojęcia granicy i ciągłości funkcji jednej zmiennej rzeczywistej, funkcji złożonej, funkcji odwrotnej, funkcji cyklometrycznych i granic wybranych funkcji specjalnej postaci. Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem pochodnych i różniczek funkcji jednej zmiennej rzeczywistej, badanie przebiegu zmienności tych funkcji | 9                |
| <b>C3</b> | Obliczanie całek nieoznaczonych z zastosowaniem podstawowych metod całkowania. Rozwiązywanie zadań dotyczących całki oznaczonej i jej zastosowań, a także całek niewłaściwych.                                                                                                                                                                            | 9                |
| <b>C4</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących ciała liczb zespolonych oraz zadań dotyczących działań na macierzach. Rozwiązywanie układów równań liniowych. Rozwiązywanie problemów geometrycznych metodami geometrii analitycznej.                                                                                                                                     | 9                |
| <b>C5</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących funkcji wielu zmiennych: dziedzina, granica i ciągłość, pochodne cząstkowe, gradient. Wyznaczanie ekstremów lokalnych funkcji wielu zmiennych.                                                                                                                                                                            | 4                |
| <b>C6</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących całek wielokrotnych - podwójnej i potrójnej, zastosowanie twierdzenia o iteracji oraz twierdzenia o zmianie zmiennych dla całki podwójnej i potrójnej.                                                                                                                                                                    | 4                |
| <b>C7</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących podstawowych typów równań różniczkowych zwyczajnych rzędu pierwszego i drugiego.                                                                                                                                                                                                                                          | 3                |
| <b>C8</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących całki krzywoliniowej niezorientowanej i zorientowanej z uwzględnieniem twierdzenia o zamianie całki krzywoliniowej na całkę oznaczoną.                                                                                                                                                                                    | 3                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

## N3 Konsultacje

**8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA**

| FORMA AKTYWNOŚCI                                                                                 | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |                                                         |
| Godziny wynikające z planu studiów                                                               | 90                                                      |
| Konsultacje przedmiotowe                                                                         | 60                                                      |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji                                                                    | 10                                                      |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |                                                         |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 80                                                      |
| Opracowanie wyników                                                                              | 0                                                       |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji                                           | 0                                                       |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>240</b>                                              |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU                                                    | 8.00                                                    |

**9 SPOSOBY OCENY****OCENA FORMUJĄCA****F1** Kolokwium**F2** Odpowiedź ustna**OCENA PODSUMOWUJĄCA****P1** Egzamin pisemny**P2** Egzamin ustny**P3** Średnia ważona ocen formujących**KRYTERIA OCENY**

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych definicji i twierdzeń o ciągach liczbowych i podstawowych kryteriów zbieżności szeregów liczbowych w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał w czasie egzaminu teoretycznego mniej niż 50% punktów. |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe definicje i twierdzenia o ciągach liczbowych i podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50% do 59% punktów z egzaminu z teorii.                                                                                                                                           |
| NA OCENĘ 3.5        | Student zna podstawowe definicje i twierdzenia o ciągach liczbowych i podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60% do 69% punktów z egzaminu z teorii.                                                                                                                                            |
| NA OCENĘ 4.0        | Student zna podstawowe definicje i twierdzenia o ciągach liczbowych i podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70% do 79% punktów z egzaminu z teorii.                                                                                                                                                 |
| NA OCENĘ 4.5        | Student zna podstawowe definicje i twierdzenia o ciągach liczbowych i podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80% do 89% punktów z egzaminu z teorii.                                                                                                                                           |
| NA OCENĘ 5.0        | Student zna podstawowe definicje i twierdzenia o ciągach liczbowych i podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90% do 100% punktów z egzaminu z teorii.                                                                                                                                         |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie umie liczyć granic ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych, tzn. uzyskał mniej niż 50% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                                                                                                                                                                                           |
| NA OCENĘ 3.0        | Student umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50% do 59% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                                                                                                                                                                       |
| NA OCENĘ 3.5        | Student umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60% do 69% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                                                                                                                                                                        |
| NA OCENĘ 4.0        | Student umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70% do 79% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                                                                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 4.5        | Student umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80% do 89% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                                                                                                                                                                       |
| NA OCENĘ 5.0        | Student umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90% do 100% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                                                                                                                                                                     |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna pojęć funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej jednej i wielu zmiennych, funkcji złożonej i odwrotnej oraz pojęcia granicy i ciągłości, pochodnych funkcji i różniczek funkcji rzeczywistych z ich zastosowaniami, a także twierdzeń dotyczących wymienionych tu pojęć i uzyskał mniej niż 50% punktów z egzaminu teoretycznego. |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna pojęcia funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej jednej i wielu zmiennych, funkcji złożonej i odwrotnej oraz pojęcia granicy i ciągłości, pochodnych funkcji i różniczek funkcji rzeczywistych z ich zastosowaniami, a także twierdzenia dotyczące wymienionych tu pojęć w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50% do 59% punktów z egzaminu z teorii.   |
| NA OCENĘ 3.5        | Student zna pojęcia funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej jednej i wielu zmiennych, funkcji złożonej i odwrotnej oraz pojęcia granicy i ciągłości, pochodnych funkcji i różniczek funkcji rzeczywistych z ich zastosowaniami, a także twierdzenia dotyczące wymienionych tu pojęć w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60% do 69% punktów z egzaminu z teorii.    |
| NA OCENĘ 4.0        | Student zna pojęcia funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej jednej i wielu zmiennych, funkcji złożonej i odwrotnej oraz pojęcia granicy i ciągłości, pochodnych funkcji i różniczek funkcji rzeczywistych z ich zastosowaniami, a także twierdzenia dotyczące wymienionych tu pojęć w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70% do 79% punktów z egzaminu z teorii.         |
| NA OCENĘ 4.5        | Student zna pojęcia funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej jednej i wielu zmiennych, funkcji złożonej i odwrotnej oraz pojęcia granicy i ciągłości, pochodnych funkcji i różniczek funkcji rzeczywistych z ich zastosowaniami, a także twierdzenia dotyczące wymienionych tu pojęć w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80% do 89% punktów z egzaminu z teorii.   |
| NA OCENĘ 5.0        | Student zna pojęcia funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej jednej i wielu zmiennych, funkcji złożonej i odwrotnej oraz pojęcia granicy i ciągłości, pochodnych funkcji i różniczek funkcji rzeczywistych z ich zastosowaniami, a także twierdzenia dotyczące wymienionych tu pojęć w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90% do 100% punktów z egzaminu z teorii. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie umie składać i odwracać funkcji oraz nie umie liczyć granic funkcji i sprawdzać ciągłości funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych rzeczywistych, a także nie umie liczyć pochodnych, różniczek tych funkcji z ich zastosowaniami w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał mniej niż 50% punktów z egzaminu z zadań.                                       |
| NA OCENĘ 3.0        | Student umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłości funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych rzeczywistych, a także umie liczyć pochodne, różniczki tych funkcji z ich zastosowaniami w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50% do 59% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                                          |
| NA OCENĘ 3.5        | Student umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłość funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych rzeczywistych, a także umie liczyć pochodne, różniczki tych funkcji z ich zastosowaniami w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60% do 69% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                                            |
| NA OCENĘ 4.0        | Student umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłość funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych rzeczywistych, a także umie liczyć pochodne, różniczki tych funkcji z ich zastosowaniami w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70% do 79% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                                                 |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 4.5        | Student umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłość funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych rzeczywistych, a także umie liczyć pochodne, różniczki tych funkcji z ich zastosowaniami w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 80% do 89% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.          |
| NA OCENĘ 5.0        | Student umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłości funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych rzeczywistych, a także umie liczyć pochodne, różniczki tych funkcji z ich zastosowaniami w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90% do 100% punktów z egzaminu pisemnego z zadań. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 5 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna pojęcia całki nieoznaczonej dla funkcji rzeczywistych jednej zmiennej i całki oznaczonej Riemanna dla funkcji jednej i wielu zmiennych oraz nie zna podstawowych twierdzeń związanych z obliczaniem i zastosowaniami tych całek i uzyskał mniej niż 50% punktów z egzaminu teoretycznego.                         |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna pojęcia całki nieoznaczonej dla funkcji jednej zmiennej i całki oznaczonej dla funkcji rzeczywistej jednej i wielu zmiennych oraz zna podstawowe twierdzenia związane z obliczaniem i zastosowaniami tych całek w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50% do 59% punktów z egzaminu z teorii.                       |
| NA OCENĘ 3.5        | Student zna pojęcia całki nieoznaczonej dla funkcji jednej zmiennej i całki oznaczonej dla funkcji rzeczywistej jednej i wielu zmiennych oraz zna podstawowe twierdzenia związane z obliczaniem i zastosowaniami tych całek w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60% do 69% punktów z egzaminu z teorii.                        |
| NA OCENĘ 4.0        | Student zna pojęcia całki nieoznaczonej dla funkcji jednej zmiennej i całki oznaczonej dla funkcji rzeczywistej jednej i wielu zmiennych oraz zna podstawowe twierdzenia związane z obliczaniem i zastosowaniami tych całek w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70% do 79% punktów z egzaminu z teorii.                             |
| NA OCENĘ 4.5        | Student zna pojęcia całki nieoznaczonej dla funkcji jednej zmiennej i całki oznaczonej dla funkcji rzeczywistej jednej i wielu zmiennych oraz zna podstawowe twierdzenia związane z obliczaniem i zastosowaniami tych całek w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80% do 89% punktów z egzaminu z teorii.                       |
| NA OCENĘ 5.0        | Student zna pojęcia całki nieoznaczonej dla funkcji jednej zmiennej i całki oznaczonej dla funkcji rzeczywistej jednej i wielu zmiennych oraz zna podstawowe twierdzenia związane z obliczaniem i zastosowaniami tych całek w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90% do 100% punktów z egzaminu z teorii.                     |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 6 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie umie obliczać całek nieoznaczonych podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej i nie umie liczyć i stosować całek oznaczonych Riemanna dla funkcji rzeczywistych jednej, dwóch i trzech zmiennych oraz uzyskał mniej niż 50% punktów z egzaminu z zadań.                                     |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 3.0        | Student umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej i umie liczyć oraz stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej, dwóch i trzech zmiennych w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50% do 59% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.   |
| NA OCENĘ 3.5        | Student umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej i umie liczyć oraz stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej, dwóch i trzech zmiennych w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60% do 69% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.    |
| NA OCENĘ 4.0        | Student umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej i umie liczyć oraz stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej, dwóch i trzech zmiennych w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70% do 79% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.         |
| NA OCENĘ 4.5        | Student umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej i umie liczyć oraz stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej, dwóch i trzech zmiennych w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80% do 89% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.   |
| NA OCENĘ 5.0        | Student umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej i umie liczyć oraz stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej, dwóch i trzech zmiennych w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90% do 100% punktów z egzaminu pisemnego z zadań. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 7 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych twierdzeń i metod dotyczących równań różniczkowych zwyczajnych. Ponadto nie zna podstawowych pojęć i podstawowych twierdzeń dotyczących całek krzywoliniowych oraz całek powierzchniowych i uzyskał mniej niż 50% punktów z egzaminu z teorii.                                |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe twierdzenia i metody dotyczące równań różniczkowych zwyczajnych. Ponadto zna podstawowe pojęcia i podstawowe twierdzenia dotyczące całek krzywoliniowych oraz całek powierzchniowych w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50% do 59% punktów z egzaminu z teorii.                |
| NA OCENĘ 3.5        | Student zna podstawowe twierdzenia i metody dotyczące równań różniczkowych zwyczajnych. Ponadto zna podstawowe pojęcia i podstawowe twierdzenia dotyczące całek krzywoliniowych oraz całek powierzchniowych w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60% do 69% punktów z egzaminu z teorii.                 |
| NA OCENĘ 4.0        | Student zna podstawowe twierdzenia i metody dotyczące równań różniczkowych zwyczajnych. Ponadto zna podstawowe pojęcia i podstawowe twierdzenia dotyczące całek krzywoliniowych oraz całek powierzchniowych w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70% do 79% punktów z egzaminu z teorii.                      |
| NA OCENĘ 4.5        | Student zna podstawowe twierdzenia i metody dotyczące równań różniczkowych zwyczajnych. Ponadto zna podstawowe pojęcia i podstawowe twierdzenia dotyczące całek krzywoliniowych oraz całek powierzchniowych w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80% do 89% punktów z egzaminu z teorii.                |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 5.0        | Student zna podstawowe twierdzenia i metody dotyczące równań różniczkowych zwyczajnych. Ponadto zna podstawowe pojęcia i podstawowe twierdzenia dotyczące całek krzywoliniowych oraz całek powierzchniowych w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90% do 100% punktów z egzaminu z teorii.      |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 8 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie umie rozwiązywać równań różniczkowych zwyczajnych. Ponadto nie umie obliczać całek krzywoliniowych i całek powierzchniowych i uzyskał mniej niż 50% punktów z egzaminu z zadań.                                                                                                        |
| NA OCENĘ 3.0        | Student umie rozwiązywać równania różniczkowe zwyczajne, szczególnie równania różniczkowe liniowe rzędu pierwszego, drugiego i n-tego. Ponadto umie obliczać całki krzywoliniowe i całki powierzchniowe w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50% do 59% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.   |
| NA OCENĘ 3.5        | Student umie rozwiązywać równania różniczkowe zwyczajne, szczególnie równania różniczkowe liniowe rzędu pierwszego, drugiego i n-tego. Ponadto umie obliczać całki krzywoliniowe i całki powierzchniowe w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60% do 69% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.    |
| NA OCENĘ 4.0        | Student umie rozwiązywać równania różniczkowe zwyczajne, szczególnie równania różniczkowe liniowe rzędu pierwszego, drugiego i n-tego. Ponadto umie obliczać całki krzywoliniowe i całki powierzchniowe w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70% do 79% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.         |
| NA OCENĘ 4.5        | Student umie rozwiązywać równania różniczkowe zwyczajne, szczególnie równania różniczkowe liniowe rzędu pierwszego, drugiego i n-tego. Ponadto umie obliczać całki krzywoliniowe i całki powierzchniowe w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80% do 89% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.   |
| NA OCENĘ 5.0        | Student umie rozwiązywać równania różniczkowe zwyczajne, szczególnie równania różniczkowe liniowe rzędu pierwszego, drugiego i n-tego. Ponadto umie obliczać całki krzywoliniowe i całki powierzchniowe w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90% do 100% punktów z egzaminu pisemnego z zadań. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 9 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych pojęć algebry liniowej, ze szczególnym uwzględnieniem rachunku wektorowego. Ponadto student nie zna podstawowych pojęć geometrii analitycznej oraz uzyskał mniej niż 50% punktów z egzaminu z teorii.                                                                 |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe pojęcia algebry liniowej, ze szczególnym uwzględnieniem rachunku wektorowego. Ponadto student zna podstawowe pojęcia geometrii analitycznej w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50% do 59% punktów z egzaminu z teorii.                                                 |
| NA OCENĘ 3.5        | Student zna podstawowe pojęcia algebry liniowej, ze szczególnym uwzględnieniem rachunku wektorowego. Ponadto student zna podstawowe pojęcia geometrii analitycznej w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60% do 69% punktów z egzaminu z teorii.                                                  |

|                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 4.0         | Student zna podstawowe pojęcia algebry liniowej, ze szczególnym uwzględnieniem rachunku wektorowego. Ponadto student zna podstawowe pojęcia geometrii analitycznej w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70% do 79% punktów z egzaminu z teorii.                                                   |
| NA OCENĘ 4.5         | Student zna podstawowe pojęcia algebry liniowej, ze szczególnym uwzględnieniem rachunku wektorowego. Ponadto student zna podstawowe pojęcia geometrii analitycznej w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80% do 89% punktów z egzaminu z teorii.                                             |
| NA OCENĘ 5.0         | Student zna podstawowe pojęcia algebry liniowej, ze szczególnym uwzględnieniem rachunku wektorowego. Ponadto student zna podstawowe pojęcia geometrii analitycznej w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90% do 100% punktów z egzaminu z teorii.                                           |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 10 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| NA OCENĘ 2.0         | Student nie umie wykonywać podstawowych działań na macierzach (wektorach) oraz nie potrafi rozwiązywać układów równań liniowych. Ponadto nie umie posługiwać się podstawowymi pojęciami z geometrii analitycznej i uzyskał mniej niż 50% punktów z egzaminu z zadań.                           |
| NA OCENĘ 3.0         | Student umie wykonywać podstawowe działania na macierzach (wektorach) oraz potrafi rozwiązywać układy równań liniowych. Ponadto umie posługiwać się podstawowymi pojęciami z geometrii analitycznej w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50% do 59% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.   |
| NA OCENĘ 3.5         | Student umie wykonywać podstawowe działania na macierzach (wektorach) oraz potrafi rozwiązywać układy równań liniowych. Ponadto umie posługiwać się podstawowymi pojęciami z geometrii analitycznej w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60% do 69% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.    |
| NA OCENĘ 4.0         | Student umie wykonywać podstawowe działania na macierzach (wektorach) oraz potrafi rozwiązywać układy równań liniowych. Ponadto umie posługiwać się podstawowymi pojęciami z geometrii analitycznej w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70% do 79% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.         |
| NA OCENĘ 4.5         | Student umie wykonywać podstawowe działania na macierzach (wektorach) oraz potrafi rozwiązywać układy równań liniowych. Ponadto umie posługiwać się podstawowymi pojęciami z geometrii analitycznej w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80% do 89% punktów z egzaminu pisemnego z zadań.   |
| NA OCENĘ 5.0         | Student umie wykonywać podstawowe działania na macierzach (wektorach) oraz potrafi rozwiązywać układy równań liniowych. Ponadto umie posługiwać się podstawowymi pojęciami z geometrii analitycznej w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90% do 100% punktów z egzaminu pisemnego z zadań. |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|-------------------|-----------------------|---------------|
| EK1               | K1_W01<br>K1_UO02<br>K1_K01                                                    | Cel 1           | W1                | N1 N3                 | P2            |
| EK2               | K1_W01<br>K1_UO02<br>K1_K01                                                    | Cel 1           | C1                | N2 N3                 | F1 F2 P1 P3   |
| EK3               | K1_W01<br>K1_UO02<br>K1_K01                                                    | Cel 1           | W2 W5             | N1 N3                 | P2            |
| EK4               | K1_W01<br>K1_UO02<br>K1_K01                                                    | Cel 1           | C2 C5             | N2 N3                 | F1 F2 P1 P3   |
| EK5               | K1_W01<br>K1_UO02<br>K1_K01                                                    | Cel 1           | W3 W6             | N1 N3                 | P2            |
| EK6               | K1_W01<br>K1_UO02<br>K1_K01                                                    | Cel 1           | C3 C6             | N2 N3                 | F1 F2 P1 P3   |
| EK7               | K1_W01<br>K1_UO02<br>K1_K01                                                    | Cel 1           | W7 W8             | N1 N3                 | P2            |
| EK8               | K1_W01<br>K1_UO02<br>K1_K01                                                    | Cel 1           | C7 C8             | N2 N3                 | F1 F2 P1 P3   |
| EK9               | K1_W01<br>K1_UO02<br>K1_K01                                                    | Cel 1           | W4                | N1 N3                 | P2            |
| EK10              | K1_W01<br>K1_UO02<br>K1_K01                                                    | Cel 1           | C4                | N2 N3                 | F1 F2 P1 P3   |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

[1 ] Bochenek J., Winiarska T. — *Matematyka, cz. I*, Kraków, 2007, Wyd. PK

- [2] | McQuarrie D. A. — *Matematyka dla przyrodników i inżynierów, t. I-III*, Warszawa, 2005, PWN
- [3] | Krywicki W., Włodarski L. — *Analiza matematyczna w zadaniach, cz. I, II*, Warszawa, 2007, PWN

#### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | Bronsztejn I. N., Siemiendajew K. A., Musiol G., Muhling H. — *Nowoczesne kompendium matematyki*, Warszawa, 2007, PWN
- [2] | A. Milian, A. Pieniążek, L. Skóra, K. Wachnicka — *Zbiór zadań z matematyki z rozwiązaniami dla studentów studiów zaocznych, cz. I, II*, Kraków, 2006, Wyd. PK
- [3] | Stankiewicz W. — *Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych, cz. A, B*, Warszawa, 2009, PWN

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Monika, Izabela Herzog (kontakt: mherzog@pk.edu.pl)

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Monika Herzog (kontakt: mherzog@pk.edu.pl)

2 dr Katarzyna Urbańska (kontakt: kurbansk@pk.edu.pl)

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....  
.....